



HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

MÔN

TOÁN



20²⁴/₂₅

TÁC GIẢ
TOÁN TỪ TÂM

MỤC LỤC

CHỦ ĐỀ 01. PHƯƠNG TRÌNH & BẤT PHƯƠNG TRÌNH

A. Lý thuyết

1. Phương trình lượng giác	5
2. Phương trình – bất phương trình mũ & logarit	7

B. Bài tập tiêu biểu

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	9
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	11
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	12

C. Bài tập luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	13
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	16
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	18

D. Đề đánh giá chủ đề

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	20
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	21
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	22

CHỦ ĐỀ 02. DÃY SỐ & CẤP SỐ

A. Lý thuyết

1. Cấp số cộng	24
2. Cấp số nhân	24

B. Bài tập tiêu biểu

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	25
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	26
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	27

C. Bài tập luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	29
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	31
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	32

D. Đề đánh giá chủ đề

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	34
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	35
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	36

CHỦ ĐỀ 03. ĐẠO HÀM & ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

A. Lý thuyết

1. Đạo hàm	37
2. Ứng dụng đạo hàm khảo sát hàm số	38

B. Bài tập tiêu biểu

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	41
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	42
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	44

C. Bài tập luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	47
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	50
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	55

D. Đề đánh giá chủ đề

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	56
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	57
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	58

CHỦ ĐỀ 04. NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN & ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

A. Lý thuyết

1. Nguyên hàm	60
2. Tích phân	61
3. Ứng dụng tích phân	62

B. Bài tập tiêu biểu

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	64
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	65
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	67

C. Bài tập luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	69
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	72
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	77

D. Đề đánh giá chủ đề

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	80
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	81
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	82

CHỦ ĐỀ 05. THỐNG KÊ

A. Lý thuyết

1. Mẫu số liệu không ghép nhóm	84
2. Mẫu số liệu ghép nhóm (MSLGN)	86

B. Bài tập tiêu biểu

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	88
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	90
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	91

C. Bài tập luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	95
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	98
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	101

D. Đề đánh giá chủ đề

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	104
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai	106
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	107

CHỦ ĐỀ 06. XÁC SUẤT

A. Lý thuyết

1. Đại số tổ hợp.....	110
2. Xác suất của biến cố.....	111
3. Xác suất có điều kiện.....	112
4. Công thức xác suất toàn phần. Công thức Bayes.....	113

B. Bài tập tiêu biểu

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	114
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....	117
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	118

C. Bài tập luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	122
DÙNG XÁC SUẤT CỔ ĐIỂN.....	122
DÙNG XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN.....	123
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....	124
DÙNG XÁC SUẤT CỔ ĐIỂN.....	124
DÙNG XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN.....	126
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	129
DÙNG XÁC SUẤT CỔ ĐIỂN.....	129
DÙNG XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN.....	130

D. Đề đánh giá chủ đề

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	132
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....	133
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	134

CHỦ ĐỀ 07. HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

A. Lý thuyết

1. Quan hệ vuông góc.....	136
2. Góc trong không gian.....	137
3. Khoảng cách trong không gian.....	138
4. Thể tích của một khối đa diện.....	139

B. Bài tập tiêu biểu

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	140
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....	144
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	145

C. Bài tập luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	148
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....	149
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	151

D. Đề đánh giá chủ đề

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	153
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....	154
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	155

CHỦ ĐỀ 08. HỆ TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN Oxyz
A. Lý thuyết

1. Vector.....	157
2. Tọa độ vector.....	158
3. Mặt phẳng.....	159
4. Đường thẳng.....	160
5. Mặt cầu.....	161
6. Góc.....	161

B. Bài tập tiêu biểu

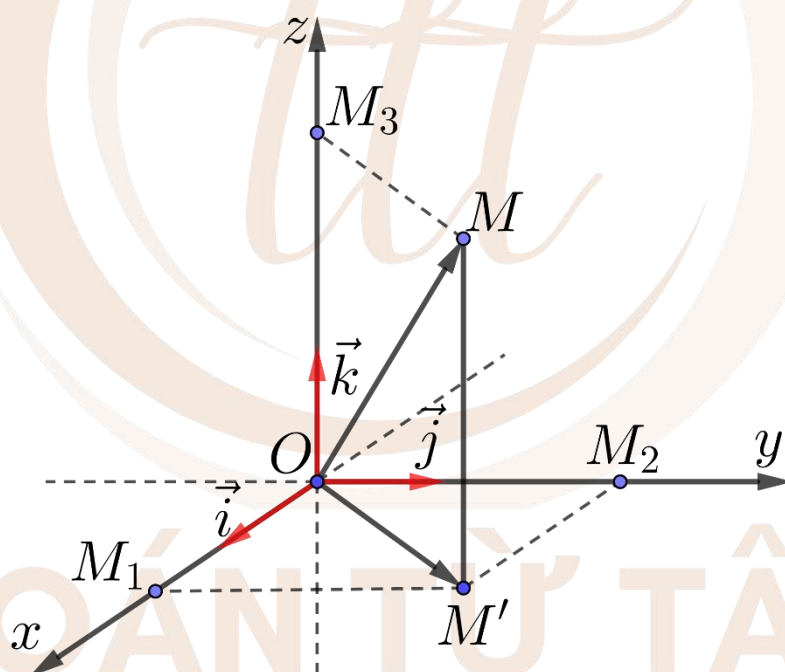
A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	162
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....	165
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	166

C. Bài tập luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	170
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....	172
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	177

D. Đề đánh giá chủ đề

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	181
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....	182
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	183



Chủ Đề

01

PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH



Kiến thức cơ bản

1. Phương trình lượng giác

1.1. Phương trình lượng giác cơ bản

Phương trình $\sin x = m$ (1)

- Với $|m| > 1$, phương trình (1) vô nghiệm.
- Với $|m| \leq 1$, gọi α là số thực thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin \alpha = m$.

Khi đó, ta có: $\sin x = m \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$



Chú ý

Ta có một số trường hợp đặc biệt sau của phương trình $\sin x = m$:

$$\gg \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z});$$

$$\gg \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z});$$

$$\gg \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

» Nếu x là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác x sao cho $\sin x = \sin a^\circ$ như sau:

$$\sin x = \sin a^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = a^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - a^\circ + k360^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Phương trình $\cos x = m$ (2)

- Với $|m| > 1$, phương trình (2) vô nghiệm.
- Với $|m| \leq 1$, gọi α là số thực thuộc đoạn $[0; \pi]$ sao cho $\cos \alpha = m$.

Khi đó, ta có: $\cos x = m \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$


Chú ý

Ta có một số trường hợp đặc biệt sau của phương trình $\cos x = m$:

$$\gg \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z});$$

$$\gg \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z});$$

$$\gg \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

» Nếu x là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác x sao cho $\cos x = \cos a^\circ$ như sau:

$$\cos x = \cos a^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = a^\circ + k360^\circ \\ x = -a^\circ + k360^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$


Phương trình $\tan x = m$ (3)

Gọi α là số thực thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ sao cho $\tan \alpha = m$.

Khi đó, ta có: $\tan x = m \Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.


Phương trình $\cot x = m$ (4)

✓ Gọi α là số thực thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ sao cho $\tan \alpha = m$.

Khi đó, ta có: $\tan x = m \Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

✓ Gọi α là số thực thuộc khoảng $(0; \pi)$ sao cho $\cot \alpha = m$.

Khi đó, ta có: $\cot x = m \Leftrightarrow \cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.


Chú ý

» Nếu x là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác x sao cho $\tan x = \tan a^\circ$ như sau:

$$\tan x = \tan a^\circ \Leftrightarrow x = a^\circ + k180^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

» Nếu x là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác x sao cho $\cot x = \cot a^\circ$ như sau:

$$\cot x = \cot a^\circ \Leftrightarrow x = a^\circ + k180^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

1.2. Phương trình lượng giác đưa về dạng cơ bản



Phương trình thường gặp

$$\sin f(x) = \sin g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = \pi - g(x) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\cos f(x) = \cos g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = -g(x) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Với phương trình có dạng:

$$\sin^2 u(x) = \sin^2 v(x), \quad \cos^2 u(x) = \cos^2 v(x), \quad \sin^2 u(x) = \cos^2 v(x),$$

→ Ta có thể dùng công thức hạ bậc để đưa về phương trình dạng $\cos f(x) = \cos g(x)$.

→ Với một số phương trình lượng giác, ta có thể dùng các công thức lượng giác và các biến đổi để đưa về phương trình dạng tích $A(x).B(x) = 0$.

2. Phương trình - bất phương trình mũ & logarit



Phương trình:

Với $a > 0, a \neq 1$ thì:

Phương trình mũ	Phương trình logarit
» $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$ với $b > 0$.	» $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$.
» $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.	» $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \vee g(x) > 0 \end{cases}$.



Bất phương trình mũ:

Với $a > 0, a \neq 1$ thì:

Xét bất phương trình: $a^{f(x)} > b$ (1), nếu

- Với $b > 0$:
 - » $a > 1$ thì (1): $f(x) > \log_a b$;
 - » $0 < a < 1$ thì (1): $f(x) < \log_a b$
- Với $b > 0$: tập nghiệm của (1) là tập xác định của $f(x)$;

Xét bất phương trình: $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ (2), nếu

- » $a > 1$ thì (2): $f(x) > g(x)$;
- » $0 < a < 1$ thì (2): $f(x) < g(x)$;

**Bất phương trình logarit:**

Với $a > 0, a \neq 1$ thì:

Xét bất phương trình:

$$\log_a f(x) > b \quad (3), \text{ nếu}$$

» $a > 1$ thì (3): $f(x) > a^b$;

» $0 < a < 1$ thì (3): $0 < f(x) < a^b$

Xét bất phương trình:

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \quad (4), \text{ nếu}$$

» $a > 1$ thì (4): $f(x) > g(x) > 0$;

» $0 < a < 1$ thì (4): $0 < f(x) < g(x)$;

TOÁN TỪ TÂM

B**BÀI TẬP TIÊU BIỂU****A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm****Ví dụ 1.1.**

Nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là:

- (A). $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) (B). $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (C). $x = k2\pi$ và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) (D). $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ và $x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

 **Lời giải**

Ví dụ 1.2.

Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{16}(x+5) = \frac{1}{2}$ là:

- (A). 3 (B). -1 (C). -3 (D). 27

 **Lời giải**

Ví dụ 1.3.

Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x} = 81$ là:

- (A). 4 (B). -4 (C). -2 (D). 2

 **Lời giải**

**Ví dụ 1.4.**

Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-4) = \log_2(x^2 - 5x + 4)$ là:

Ⓐ. 1

Ⓑ. 2

Ⓒ. 0

Ⓓ. 3

✍ *Lời giải*

.....

.....

.....

**Ví dụ 1.5.**

Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là:

Ⓐ. 7

Ⓑ. 6

Ⓒ. vô số

Ⓓ. 8

✍ *Lời giải*

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

Ví dụ 1.6.

Cho phương trình $\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hạ bậc hai vế, ta được phương trình: $\frac{1 + \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)}{2} = \frac{1 - \cos(2x + \pi)}{2}$		
(b)	Ta có: $\cos(2x + \pi) = -\cos 2x$.		
(c)	Phương trình đã cho đưa về dạng: $\cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x$.		
(d)	Nghiệm của phương trình đã cho là: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).		

Ví dụ 1.7.

Cho bất phương trình $(3 - 2\sqrt{2})^{x^2 - 4x} > (3 + 2\sqrt{2})^{5 - 2x}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Ta có: $3 + 2\sqrt{2} = (3 - 2\sqrt{2})^{-1}$		
(b)	Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình: $x^2 - 4x > 2x - 5$.		
(c)	Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 5.		
(d)	Tổng nghiệm nguyên của bất phương trình là 9.		

Ví dụ 1.8.

Cho bất phương trình $\log_{\sqrt{2}-1}(2x^2 - 2) \geq \log_{\sqrt{2}-1}(5x + 5)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Ta có: $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$		
(b)	Bất phương trình đã cho tương đương với: $\begin{cases} 2x^2 - 2 \leq 5x + 5 \\ 5x + 5 > 0 \end{cases}$.		
(c)	Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 2.		
(d)	Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình là 0.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn



Ví dụ 1.9.

Hàng ngày mực nước tại một cảng biển lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) theo thời gian t (giờ) trong một ngày được cho bởi công thức:

$$h = 16 + 7 \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \text{ với } 0 \leq t \leq 24.$$

Tính thời điểm mà mực nước tại cảng là cao nhất.

Lời giải

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--



Ví dụ 1.10.

Công thức Định luật làm mát của Newton được cho như sau:

$$kt = \ln \frac{T - S}{T_0 - S}$$

trong đó t là số giờ trôi qua, T_0 là nhiệt độ lúc đầu, T là nhiệt độ sau t giờ, S là nhiệt độ môi trường (T_0, T, S theo cùng một đơn vị đo), k là hằng số. Một cốc trà có nhiệt độ 96°C , sau 2 phút nhiệt độ giảm còn 90°C . Biết nhiệt độ phòng là 24°C . Tính nhiệt độ của cốc trà sau 10 phút (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

C

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Các nghiệm của phương trình $\sin\left(\frac{\pi}{5} - x\right) = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{5} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \frac{2\pi}{5} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = -\frac{\pi}{5} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{\pi}{5} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

» **Câu 2.** Các nghiệm của phương trình $2\sin 3x + \sqrt{2} = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}$ và $x = \frac{3\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}$ và $x = \frac{5\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}$ và $x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}$ và $x = \frac{3\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

» **Câu 3.** Các nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = k2\pi$ và $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ và $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

» **Câu 4.** Các nghiệm của phương trình $\sin^2 2x = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

» **Câu 5.** Các nghiệm của phương trình $\tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ là

A. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = -\frac{2\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

» **Câu 6.** Các nghiệm của phương trình $\cot\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$ là

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{6} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

» **Câu 7.** Các nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

» **Câu 8.** Các góc lượng giác x sao cho $\cos(x-15^\circ) = -\frac{1}{2}$ là

A. $x = 165^\circ + k360^\circ$ và $x = -135^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = 165^\circ + k180^\circ$ và $x = -135^\circ + k180^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = 135^\circ + k360^\circ$ và $x = -105^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = 135^\circ + k180^\circ$ và $x = -105^\circ + k180^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

» **Câu 9.** Các góc lượng giác x sao cho $\tan(2x+27^\circ) = \tan 35^\circ$ là

A. $x = 4^\circ + k180^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = -4^\circ + k180^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = -4^\circ + k90^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = 4^\circ + k90^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

» **Câu 10.** Các góc lượng giác x sao cho $\sin 2x = \sin(36^\circ - x)$ là

A. $x = 12^\circ + k120^\circ$ và $x = 144^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = 12^\circ + k120^\circ$ và $x = 48^\circ + k120^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = 12^\circ + k360^\circ$ và $x = 144^\circ + k120^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = 36^\circ + k360^\circ$ và $x = 144^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

» **Câu 11.** Số nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4}; \frac{9\pi}{2}\right)$ là

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

» **Câu 12.** Số nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ trên khoảng $\left(-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$ là

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

» **Câu 13.** Các nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin^2 x = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

» **Câu 14.** Nghiệm của phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos 6x$ là

A. $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$) và $x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{4}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

» **Câu 15.** Nghiệm của phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{4}{9}$ là

A. $x = -2$.

B. $x = -\sqrt{2}$.

C. $x = \sqrt{2}$.

D. $x = 2$.

» **Câu 16.** Nghiệm của phương trình $2^{x^2-x} = 4$ là

A. $x = -1$ và $x = 2$.

B. $x = 0$ và $x = 1$.

C. $x = 1$ và $x = -2$.

D. $x = 0$ và $x = 2$.

- » **Câu 17.** Tổng các nghiệm của phương trình $5^{x^2-3x}=10$ là
 A. -3 . B. $\log_5 10$. C. 3 . D. $-\log_5 10$.
- » **Câu 18.** Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{3-2x}=5^{x+3}$ là
 A. $x=-3$. B. $x=5$. C. $x=-5$. D. $x=3$.
- » **Câu 19.** Nghiệm của phương trình $\log_{27}(x^2-1)=\frac{1}{3}$ là
 A. $x=\pm 2$. B. $x=\pm\sqrt{10}$. C. $x=2$. D. $x=\sqrt{10}$.
- » **Câu 20.** Tích các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-2x)=3$ là
 A. 8 . B. 6 . C. -8 . D. -6 .
- » **Câu 21.** Số nghiệm của phương trình $\log_7(x^2-2x)=\log_7(3x-6)$ là
 A. 2 . B. 0 . C. 3 . D. 1 .
- » **Câu 22.** Nghiệm của bất phương trình $(0,5)^x > 3$ là
 A. $x > \log_{0,5} 3$. B. $x < \log_{0,5} 3$. C. $x < \log_3 0,5$. D. $x > \log_3 0,5$.
- » **Câu 23.** Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x-1} > 125$ là
 A. $(3; +\infty)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $(2; +\infty)$.
- » **Câu 24.** Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} \geq \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là
 A. $S=(1; +\infty)$. B. $S=(-\infty; 2]$. C. $S=[2; +\infty)$. D. $S=(-\infty; 2)$.
- » **Câu 25.** Tập nghiệm của bất phương trình $(0,2)^{x^2} > 1$ là
 A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.
- » **Câu 26.** Tập nghiệm của bất phương trình $(2-\sqrt{3})^{2x-1} < (2+\sqrt{3})^{x-5}$ là
 A. $(2; +\infty)$. B. $(-4; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; -4)$.
- » **Câu 27.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-6) < -2$ là
 A. $(3; 5)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(5; +\infty)$.
- » **Câu 28.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_5(2x-3) < \log_{25} x^2$ là
 A. 1 . B. 2 . C. 0 . D. Vô số.
- » **Câu 29.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \log_{\frac{1}{2}}(4-x)$ là
 A. $S=\left(\frac{2}{3}; 3\right)$. B. $S=\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $S=\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$. D. $S=\left(\frac{3}{2}; 4\right)$.
- » **Câu 30.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+7) > 0$ là
 A. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; 3)$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

- » **Câu 31.** Mức cường độ âm L (đơn vị: dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, trong đó I (đơn vị: W/m^2) là cường độ của âm (Nguồn: R.Larson and B. Edwards, Calculus 10e Cengage). Một người đứng giữa hai loa A và B . Khi loa A bật thì người đó nghe được âm có mức cường độ là 80 dB. Khi loa B bật thì nghe được âm có mức cường độ 90 dB. Nếu bật cả hai loa thì cường độ âm tác động vào tai người bằng tổng cường độ âm của hai loa đó.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Cường độ âm của loa A là $10^{80} \cdot 10^{12} (W/m^2)$.		
(b)	Cường độ âm của loa B là $10^{90} \cdot 10^{-12} (W/m^2)$.		
(c)	Cường độ âm tác động vào tai người khi bật cả hai loa là $10^{170} \cdot 10^{-12} (W/m^2)$.		
(d)	Nếu bật cả hai loa thì người đó nghe được âm có mức cường độ là 90,4dB.		

- » **Câu 32.** Cho phương trình $\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin^2\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hạ bậc hai vế, ta được phương trình $\frac{1 + \cos(\pi - 2x)}{2} = \frac{1 - \cos\left(6x + \frac{\pi}{2}\right)}{2}$		
(b)	Ta có $\cos(\pi - 2x) = \cos 2x$		
(c)	Phương trình đã cho đưa về dạng $\cos 2x = \cos 6x$.		
(d)	Nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{k\pi}{4}, (k \in \mathbb{Z})$.		

- » **Câu 33.** Cho phương trình $\sin 4x + \sin 2x = \cos 4x + \cos 2x$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Dùng công thức biến đổi tổng thành tích, vế trái của phương trình đưa về dạng: $\sin 3x \cos x$.		
(b)	Dùng công thức biến đổi tổng thành tích, vế phải của phương trình đưa về dạng: $\cos 3x \cos x$.		
(c)	Nghiệm của phương trình đã cho là nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ và phương trình $\sin 3x = \cos 3x$.		
(d)	Nghiệm của phương trình đã cho là $x = k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.		

- » **Câu 34.** Hàng ngày mực nước tại một cảng biển lên xuống theo thủy triều. Chiều cao $h(m)$ của mực nước theo thời gian t (giờ) trong một ngày được cho bởi công thức $h = 14 + 8 \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ với $0 \leq t \leq 24$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Lúc 6 giờ sáng thì chiều cao của mực nước tại bến cảng là cao nhất.		
(b)	Chiều cao của mực nước tại bến cảng thấp nhất vào lúc 12 giờ.		
(c)	Mực nước tại bến cảng cao 18m vào lúc 2 giờ và 10 giờ.		

- (d) Biết tàu chỉ vào được cảng khi mực nước trong cảng không thấp hơn $18m$. Vậy thời gian tàu vào được cảng là từ 10 giờ sáng hôm trước đến 2 giờ sáng hôm sau.

» Câu 35. Cho phương trình $\cos 2x = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ với $x \in [0; \pi]$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Ta có $\cos 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$		
(b)	Phương trình $\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ và $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.		
(c)	Phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc đoạn $[0; \pi]$.		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình đã cho trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{5\pi}{6}$.		

» Câu 36. Cho bất phương trình $4^{x^2+5} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{x-x^2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Ta có: $4 = 2^2; \frac{1}{8} = 2^{-3}$		
(b)	Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $2(x^2 + 5) \geq -3(x - x^2)$.		
(c)	Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 6.		
(d)	Tích nghiệm nguyên lớn nhất và nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình là -4 .		

» Câu 37. Cho bất phương trình $\log_{\frac{1}{3\sqrt{2}}}(-x^2 + 7x + 18) \geq -2$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Ta có: $0 < \frac{1}{3\sqrt{2}} < 1$		
(b)	Nghiệm của bất phương trình đã cho là nghiệm của bất phương trình $-x^2 + 7x + 18 \leq \left(\frac{1}{3\sqrt{2}}\right)^{-2}$.		
(c)	Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 2.		
(d)	Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình là 14.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 38.** Một ngân hàng X, quy định về số tiền nhận được của khách hàng sau n năm gửi tiền vào ngân hàng tuân theo công thức $P(n) = A(1+8\%)^n$, trong đó A là số tiền gửi ban đầu của khách hàng. Hỏi số tiền ít nhất mà khách hàng phải gửi là bao nhiêu để sau 3 năm khách hàng đó nhận được lớn hơn 850 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng triệu).

✓ Trả lời:

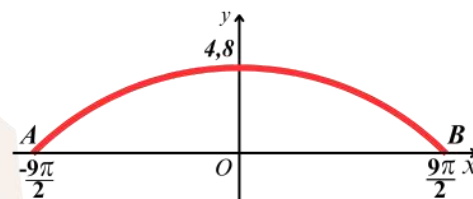
» **Câu 39.** Cho phương trình $\cos x = \sin 3x$. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình (làm tròn đến hàng phần chục).

✓ Trả lời:

» **Câu 40.** Một cây cầu có dạng cung AB của đồ thị hàm số

$$y = 4,8 \cos \frac{x}{9}$$

và được mô tả trong hệ trục tọa độ với đơn vị trục là mét như ở hình vẽ. Một sà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 3,6m so với mực nước sông. Hỏi chiều rộng của khối hàng hóa đó lớn nhất là bao nhiêu mét để sà lan có thể đi qua được gầm cầu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



✓ Trả lời:

» **Câu 41.** Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) vào mùa xuân thường có trò chơi đánh đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động quanh vị trí cân bằng (hình vẽ). Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách h (m) từ người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian t (s) (với

$$t \geq 0) \text{ bởi hệ thức } h = |d| \text{ với } d = 3 \cos \left[\frac{\pi}{3} (2t - 1) \right], \text{ trong đó ta}$$

quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại. Tìm thời điểm đầu tiên mà khoảng cách h là lớn nhất. (Viết kết quả dưới dạng số thập phân).

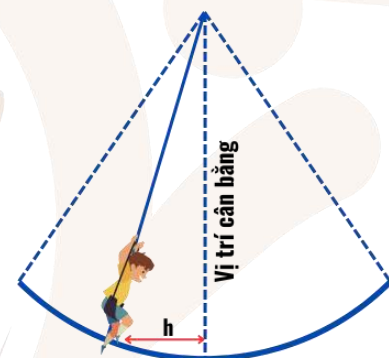
✓ Trả lời:

» **Câu 42.** Trong một thí nghiệm, một quả cầu được gắn vào một đầu dây đàn hồi, đầu kia của sợi dây được gắn cố định vào một thanh treo nằm ngang. Sau khi quả cầu được kéo xuống và thả ra, nó bắt đầu di chuyển lên xuống. Khi đó, chiều cao h (cm) của quả cầu so với mặt đất theo thời gian t (s) được cho bởi công thức $h = 100 - 30 \cos 20t$. Tính thời điểm đầu tiên mà quả cầu đạt chiều cao cao nhất kể từ khi quả cầu được thả ra (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

✓ Trả lời:

» **Câu 43.** Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của một chiếc ô tô giảm đi 6% so với năm trước đó. Giả sử một chiếc ô tô lúc mới mua là 800 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị còn lại của chiếc ô tô đó nhỏ hơn 600 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

✓ Trả lời:



» **Câu 44.** Các nhà khoa học xác định được chu kỳ bán rã của $^{14}_6\text{C}$ là 5730 năm, tức là sau 5730 năm thì số nguyên tử $^{14}_6\text{C}$ giảm đi một nửa. Một cây còn sống có lượng $^{14}_6\text{C}$ trong cây được duy trì không đổi. Nhưng nếu cây chết thì lượng $^{14}_6\text{C}$ trong cây phân rã theo chu kỳ bán rã của nó. Các nhà khảo cổ đã tìm thấy một mẫu gỗ cổ đó và đo được tỉ lệ phần trăm lượng $^{14}_6\text{C}$ còn lại trong mẫu gỗ cổ đó so với lúc còn sinh trưởng là 75%. Hỏi mẫu gỗ cổ đó đã chết cách đây bao nhiêu năm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

» **Câu 45.** Cô Liên gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6% / năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Liên không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì số tiền cô Liên có được cả gốc và lãi nhiều hơn 150 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

----- HẾT -----

TOÁN TỪ TÂM

**ĐỀ ĐÁNH GIÁ CHỦ ĐỀ 01**

PHƯƠNG TRÌNH & BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:.....

SBD:.....

PHẦN ĐỀ**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm**» **Câu 1.** Nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

A. $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = k2\pi, x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

» **Câu 2.** Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \sqrt{3}$ là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

» **Câu 3.** Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là:

A. $-\frac{5\pi}{6}$.

B. $-\frac{\pi}{3}$.

C. $-\frac{2\pi}{3}$.

D. $-\frac{\pi}{6}$.

» **Câu 4.** Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_8(x+2)^3 + \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 2) = 0$. Tổng các phần tử của S là

A. 2.

B. -5.

C. 1.

D. 5.

» **Câu 5.** Tích các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4} = 3^{x-2}$ là

A. $\log_2 3$.

B. $2\log_2 3 - 4$.

C. $\log_3 2$.

D. 3.

» **Câu 6.** Trong các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm?

A. $\cos x = \sqrt{2}$.

B. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$.

C. $\sin x = -2$.

D. $\sin 2x = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

» **Câu 7.** Nghiệm của phương trình $3^{3x+5} = 3^{1-x}$ là:

A. $x = -1$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -2$.

» **Câu 8.** Tập nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 5$ có bao nhiêu phần tử?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

» **Câu 9.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+4) \leq 3$ là:

A. $(-4; 23]$.

B. $(-\infty; 23]$.

C. $(-\infty; 27]$.

D. $(-4; 5]$.

» **Câu 10.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(3x-2) + \log_{\frac{1}{2}}(6-5x) > 0$ là

A. $S = (1; +\infty)$.

B. $S = \left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

C. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$.

D. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right]$.

» **Câu 11.** Cho phương trình $4.4^x - 9.2^{x+1} + 8 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Khi đó tích x_1, x_2 bằng:

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

» **Câu 12.** Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-3) = \log_2(2x-1)$ là

- A. $S = \{0\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \emptyset$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho phương trình lượng giác $\sin^2 2x = \sin^2 x (*)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình $(*)$ tương đương $\sin 2x = \sin x$.		
(b)	Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình $(*)$ có 2 nghiệm.		
(c)	Tổng các nghiệm của phương trình $(*)$ trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$		
(d)	Trong khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{11\pi}{12}$		

» **Câu 14.** Để đặc trưng cho độ to nhỏ của âm, người ta đưa ra khái niệm mức cường độ của âm. Một đơn vị thường dùng để đo mức cường độ của âm là đề xi ben (viết tắt là dB). Khi đó mức cường độ L của âm được tính theo công thức: $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$. Trong đó, I là cường độ của âm tại thời điểm đang xét I_0 cường độ âm ở ngưỡng nghe ($I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Một cuộc trò chuyện bình thường trong lớp học có mức cường độ âm trung bình là 68 dB. Cường độ âm tương ứng ra lớn hơn $6,5.10^{-6} (\text{W/m}^2)$		
(b)	Hai cây đàn ghi ta giống nhau, cùng hòa tấu một bản nhạc. Mỗi chiếc phát ra âm có mức âm trung bình là 60 dB. Mức cường độ âm tổng cộng do hai chiếc đàn cùng phát ra xấp xỉ 63 dB		
(c)	Tiếng ồn phát ra ở xưởng cưa ở mức cường độ âm đo được là 93 dB, do 7 chiếc cưa máy giống nhau cùng hoạt động gây ra. Giả sử có 3 chiếc cưa máy đột ngột ngừng hoạt động thì mức cường độ âm trong xưởng lúc này nhỏ hơn 90 dB		
(d)	Tiếng ồn phát ra từ tiếng phím liên tục ở một bàn phím của máy tính có cường độ âm đo được là $10^{-5} (\text{W/m}^2)$. Giả sử phòng làm việc của một công ty có hai nhân viên văn phòng cùng thực hiện thao tác gõ phím trên hai bàn phím máy tính giống nhau thì mức cường độ âm tổng cộng do cả hai bàn phím phát ra cùng lúc là 70 dB		

» **Câu 15.** Cho phương trình $\log_2(3-x) + \log_2(7-x) = \log_2 96$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện của phương trình đã cho $x < 3$.		
(b)	Phương trình đã cho tương đương phương trình $(3-x)(7-x) = 96$.		
(c)	Phương trình có hai nghiệm cùng dấu nhau		

(d) | Phương trình đã cho có tổng các nghiệm bằng 20

» **Câu 16.** Cho bất phương trình: $9^x - 2(m+1)3^x - 3 - 2m > 0$ (1). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Nếu đặt $t = 3^x$ ($t > 0$) thì bất phương trình (1) trở thành bất phương trình $t^2 - 2(m+1)t - 3 - 2m > 0$.		
(b)	Bất phương trình (1) luôn có nghiệm $x = 0$ với mọi giá trị của tham số m .		
(c)	Với $m = 1$ bất phương trình (1) có tập nghiệm là $S = (1; +\infty)$.		
(d)	Có 2 giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $9^x - 2(m+1)3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi số thực x .		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Số nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos 2x$ trong khoảng $(0; 2\pi)$ là bao nhiêu?

✓ **Trả lời:**

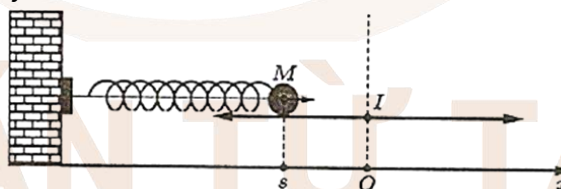
» **Câu 18.** Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ được cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$. ($0 \leq t \leq 24$). Xác định thời điểm t trong ngày khi chiều cao của mực nước trong kênh là 15 m

✓ **Trả lời:**

» **Câu 19.** Năm 2020, độ che phủ rừng của nước ta đạt 41,89%. Giả sử độ che phủ rừng mỗi năm tiếp theo đều tăng 1,6% so với độ che phủ rừng của năm liền trước. Kể từ sau năm 2020, năm nào là năm đầu tiên nước ta có độ che phủ rừng trong năm đó đạt trên 58%?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 20.** Một vật M được gắn vào đầu lò xo và dao động quanh vị trí cân bằng I , biết rằng O là hình chiếu vuông góc của I trên trục Ox , tọa độ điểm M trên Ox tại thời điểm t (giây) là đại lượng s (đơn vị: cm) được tính bởi công thức $s = 8,6 \sin\left(8t + \frac{\pi}{2}\right)$. Có bao nhiêu thời điểm trong khoảng 2 giây đầu tiên thì $s = 4,3cm$?



✓ **Trả lời:**

» **Câu 21.** Cho biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ radi ^{226}Ra là 1602 năm (tức là một lượng ^{226}Ra sau 1602 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S = A.e^{-r.t}$ trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r < 1$), t là thời gian phân hủy, s là lượng còn lại sau thời gian phân hủy. Hỏi 5 gam ^{226}Ra sau 4000 năm phân hủy sẽ còn lại bao nhiêu gam (làm tròn đến hàng phần mười)?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 22.** Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) theo công thức $P = P_0 \cdot e^{kx}$ (mmHg), trong đó x là độ cao (đo bằng mét), $P_0 = 760$ (mmHg) là áp suất không khí ở mức nước biển ($x = 0$), k là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất không khí là 672,71 (mmHg). Tính áp suất của không khí ở độ cao 3000 m. Đơn vị tính (mmHg), kết quả làm tròn đến hàng đơn vị

✓ Trả lời:

--	--	--	--

----- Hết -----



Chủ Đề

02

DÃY SỐ – CẤP SỐ

A

Kiến thức cơ bản

1. Cấp số cộng



Kiến thức cần nhớ:

Định nghĩa

Dãy số (u_n) là *cấp số cộng* nếu $u_n = u_{n-1} + d$ với $n \geq 2$, d là số không đổi. Số d gọi là *công sai* của cấp số cộng, $d = u_n - u_{n-1}$ với $n \geq 2$.

Lưu ý: Nếu $d = 0$ thì cấp số cộng là một *dãy số không đổi*.

Số hạng tổng quát

Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d , ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d \text{ với } n \geq 2.$$

Tổng n số hạng đầu

Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d .

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$, ta có:

$$S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2} \text{ hoặc } S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}.$$

2. Cấp số nhân



Kiến thức cần nhớ:

Định nghĩa

Dãy số (u_n) là *cấp số nhân* nếu $u_n = u_{n-1} \cdot q$ với $n \geq 2$, q là số không đổi. Số q gọi là *công bội* của cấp số nhân.

Nếu $u_n \neq 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì $q = \frac{u_n}{u_{n-1}}$ với $n \geq 2$.

Lưu ý: Nếu $q = 1$ thì cấp số nhân là một *dãy số không đổi*.

Số hạng tổng quát

Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q , ta có:

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \text{ với } n \geq 2.$$

Tổng n số hạng đầu

Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q (q \neq 1)$.

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$, ta có:

$$S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}.$$

B

BÀI TẬP TIÊU BIỂU

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

Ví dụ 2.1.

Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

(A). $u_n = 5^n$

(B). $u_n = 2 - 5n$

(C). $u_n = 5^n - 2$

(D). $u_n = 5 + n^2$

Lời giải

Ví dụ 2.2.

Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 + u_7 = 19$. Giá trị của $u_2 + u_{10}$ là

(A). 38

(B). 29

(C). 12

(D). 19

Lời giải

Ví dụ 2.3.

Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q > 1$ với $u_2 = -3$ và $u_1 + u_2 + u_3 = -13$. Số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó là

(A). $u_1 = 1, q = 3$

(B). $u_1 = -1, q = -3$

(C). $u_1 = -1, q = 3$

(D). $u_1 = 1, q = -3$

Lời giải


Ví dụ 2.4.

Biết các số $C_n^1; C_n^2; C_n^3$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng với $n > 3$. Tìm n .

(A). $n = 5$

(B). $n = 7$

(C). $n = 9$

(D). $n = 11$

Lời giải


Ví dụ 2.5.

Một cấp số cộng có số hạng đầu là 1, công sai là 4, tổng của n số hạng đầu là 561. Khi đó số hạng thứ n của cấp số cộng đó là u_n có giá trị bằng bao nhiêu?

(A). $u_n = 57$

(B). $u_n = 61$

(C). $u_n = 65$

(D). $u_n = 69$

Lời giải

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

Ví dụ 2.6.

Cho dãy số (u_n) có tổng n số hạng đầu được tính bởi công thức $S_n = 2n^2 - 4n$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng đầu $u_1 = -2$, số hạng thứ hai $u_2 = 2$.		
(b)	Với $n \geq 2$ thì $S_n - S_{n-1} = 4n - 6$.		
(c)	Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai là -6 .		
(d)	Tổng $u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{100}$ là 5000.		


Ví dụ 2.7.

Cho dãy số (u_n) , biết $u_1 = 8$, $u_{n+1} = 4u_n - 9$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Đặt $v_n = u_n - 3$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$v_1 = 5$		
(b)	Dãy số (v_n) là một cấp số nhân có công bội $q = -3$		
(c)	Công thức của số hạng tổng quát v_n là $v_n = 5(-3)^{n-1}$		
(d)	Công thức của số hạng tổng quát u_n là $u_n = 3 + 5 \cdot (-3)^{n-1}$		


Ví dụ 2.8.

Cho tứ giác $ABCD$ có bốn góc tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số đo góc nhỏ nhất bằng 24°		
(b)	Số đo góc lớn nhất bằng 196°		
(c)	Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng 220°		
(d)	Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng 168°		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

Ví dụ 2.9.

Khi kí kết hợp đồng với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

- » **Phương án 1:** Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu đồng.
- » **Phương án 2:** Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu đồng. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu đồng.

Tìm n (với $n \in \mathbb{N}^*$) để từ năm thứ n trở đi thì tổng số tiền lương nhận được trong n năm đi làm ở phương án thứ hai sẽ nhiều hơn ở phương án thứ nhất?

✍ **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

**Ví dụ 2.10.**

Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 1. Gọi C_2 là hình vuông có các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông C_1 ; C_3 là hình vuông có các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông C_2 ; ... cứ tiếp tục quá trình như trên, ta được dãy các hình vuông $C_1; C_2; C_3; \dots; C_n; \dots$

Diện tích của hình vuông C_{2025} có dạng $\frac{1}{2^a}$. Tìm a .

Lời giải

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM

C

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** là cấp số cộng?
- A. $2; 0; -2; -4; -5$. B. $\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}; -\frac{7}{2}$.
 C. $\sqrt{2}; \sqrt{2}; \sqrt{2}; \sqrt{2}; \sqrt{2}$. D. $-7; -4; -1; 2; 5$.
- » **Câu 2.** Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?
- A. $u_n = 3 \cdot 2^n$. B. $u_n = 3 - 2n$. C. $u_n = 2^n + 3$. D. $u_n = 2 + n^3$.
- » **Câu 3.** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_3 = -2$; $u_7 = 18$. Số hạng u_{11} bằng
- A. 38. B. 20. C. 43. D. 33.
- » **Câu 4.** Cho (u_n) là cấp số cộng có $u_4 + u_{16} = 48$. Số hạng u_{10} bằng
- A. 438. B. 24. C. 96. D. 72.
- » **Câu 5.** Cho (u_n) là cấp số cộng có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$. Số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó là:
- A. $u_1 = -3, d = 4$. B. $u_1 = 3, d = 4$. C. $u_1 = 4, d = 3$. D. $u_1 = -4, d = 3$.
- » **Câu 6.** Một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{3}$, công sai $d = -1$. Tổng n số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng -425 . Giá trị của n bằng
- A. 30. B. 60. C. 45. D. 15.
- » **Câu 7.** Cho (u_n) là cấp số cộng có $u_2 + u_9 = 15$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng
- A. 150. B. 75. C. 120. D. 90.
- » **Câu 8.** Cho (u_n) là cấp số cộng. Gọi S là tổng n số hạng đầu của cấp số đó. Biết $S_{10} = 365$, $S_{15} = 435$. Công thức của số hạng tổng quát (u_n) là:
- A. $u_n = 50 - 3n$. B. $u_n = 53 + 3n$. C. $u_n = 50 + 3n$. D. $u_n = 53 - 3n$.
- » **Câu 9.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. (u_n) không phải là cấp số nhân.
 B. (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.
 C. (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{4}$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.
 D. (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.
- » **Câu 10.** Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số nhân?
- A. $u_n = \frac{1}{5^n} - 1$. B. $u_n = \frac{1}{5}n - 1$. C. $u_n = \frac{1}{5^{n-1}}$. D. $u_n = \frac{1}{5n-1}$.

» **Câu 11.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$, công bội $q = -\frac{1}{10}$. Số $-\frac{1}{10^{2024}}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân?

- A.** Số hạng thứ 2024. **B.** Số hạng thứ 2025.
C. Số hạng thứ 2023. **D.** Số hạng thứ 2026.

» **Câu 12.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$; $u_4 = -9$. Công bội q của cấp số nhân là?

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** -3 . **D.** 3 .

» **Câu 13.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_n = \frac{1}{2}u_{n-1}$, với $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$. Số hạng tổng quát của dãy số là

- A.** $u_n = \frac{1}{2^{n-2}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{2^{n-1}}$. **C.** $u_n = \frac{1}{2^n}$. **D.** $u_n = \frac{1}{2^{n+1}}$.

» **Câu 14.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 \cdot u_5 = -243$. Tích $u_3 \cdot u_4$ bằng

- A.** -81. **B.** -243. **C.** 81. **D.** 243.

» **Câu 15.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, công bội $q = -2$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân đó là

- A.** 1023. **B.** -1025. **C.** 1025. **D.** -1023.

» **Câu 16.** Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng số đo của góc lớn nhất và góc nhỏ nhất bằng

- A.** 243° . **B.** 252° . **C.** 102° . **D.** 168° .

» **Câu 17.** Một đồng hồ đánh giờ, khi kim giờ chỉ số n (từ 1 đến 12) thì đồng hồ đánh đúng n tiếng.
Hỏi trong một ngày (24 giờ) đồng hồ đánh được bao nhiêu tiếng?

- A.** 156. **B.** 152. **C.** 148. **D.** 160.

» **Câu 18.** Một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2018$ công sai $d = -5$. Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm.

- A.** u_{406} . **B.** u_{403} . **C.** u_{405} . **D.** u_{404} .

» **Câu 19.** Các số $x+6y$, $5x+2y$, $8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x-1$, $y+2$, $x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính $x^2 + y^2$.

- A.** $x^2 + y^2 = 40$. **B.** $x^2 + y^2 = 25$. **C.** $x^2 + y^2 = 100$. **D.** $x^2 + y^2 = 10$.

» **Câu 20.** Giả sử $\frac{\sin \alpha}{6}, \cos \alpha, \tan \alpha$ theo thứ tự đó là một cấp số nhân. Tính $\cos 2\alpha$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 21.** Cho dãy số (u_n) có tổng n số hạng đầu được tính bởi công thức $S_n = n^2 - \frac{3}{2}n$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Ta có $S_1 = -\frac{1}{2}; S_2 = 1$		
(b)	Số hạng thứ hai của dãy số là $u_2 = 1$.		
(c)	Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = -\frac{5}{2} + 2n$.		
(d)	Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai là 2		

» **Câu 22.** Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 1, u_{n+1} = \frac{u_n}{1-2u_n}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Đặt $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$v_1 = 3$		
(b)	Dãy số (v_n) là một cấp số cộng có công sai $d = 4$.		
(c)	Công thức của số hạng tổng quát v_n là $v_n = 7 - 4n$.		
(d)	Công thức của số hạng tổng quát u_n là $u_n = \frac{2}{7-4n}$.		

» **Câu 23.** Cho dãy số (u_n) có tổng n số hạng đầu được tính bởi công thức: $S_n = \frac{1-3^n}{2 \cdot 3^{n-2}}$ với $n \in \mathbb{N}^*$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng thứ nhất của dãy số là $u_1 = -3$.		
(b)	Số hạng thứ hai của dãy số là $u_2 = -4$.		
(c)	Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$.		
(d)	Dãy số (u_n) là một cấp số nhân có công bội là $-\frac{1}{3}$.		

» **Câu 24.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_1 = -17, u_{n+1} = 5u_n - 12$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Đặt $v_n = \frac{3-u_n}{2}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$v_1 = 10$		
(b)	Dãy số (v_n) là một cấp số nhân có công bội bằng $\frac{1}{5}$.		
(c)	Công thức của số hạng tổng quát v_n là $v_n = \frac{2}{5^n}$.		
(d)	Công thức của số hạng tổng quát u_n là $u_n = 3 - 4 \cdot 5^n$.		

» **Câu 25.** Cho cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 90$		
(b)	Công bội của cấp số nhân bằng 2		
(c)	Số 24 là số hạng thứ 3 của cấp số nhân		

(d) Tổng của 10 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng $\frac{3069}{16}$

- » **Câu 26.** Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ polonium 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa). Khối lượng còn lại của 20 gam polonium 210 sau 7314 ngày (khoảng 20 năm) có dạng $\approx a, 22 \cdot 10^{-b}$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Gọi u_n (gam) là khối lượng còn lại của 20 gam polonium 210 sau n chu kỳ bán rã.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Nguyên tố phóng xạ polonium này gồm 53 chu kỳ bán rã.		
(b)	Từ giả thiết ta suy ra dãy (u_n) là một cấp số cộng.		
(c)	Dãy (u_n) là một cấp số cộng với $u_1 = 20$ và công sai $d = 1$.		
(d)	$b - 2a = 11$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

- » **Câu 27.** Một nhà thi đấu có 20 hàng ghế dành cho khán giả. Hàng thứ nhất có 30 ghế, hàng thứ hai có 31 ghế, hàng thứ ba có 32 ghế. Cứ như thế, số ghế ở hàng sau nhiều hơn số ghế ở hàng ngay trước là 1 ghế. Trong một giải thi đấu, ban tổ chức đã bán được hết số vé phát ra và số tiền thu được từ bán vé là 63 200 000 đồng. Tính giá tiền của mỗi vé (đơn vị: nghìn đồng), biết số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu và các vé là đồng giá.

✓ Trả lời:

- » **Câu 28.** Cho tập hợp A gồm 99 số tự nhiên liên tiếp khác nhau $A = \{1; 2; 3; \dots; 99\}$. Tìm số cách chọn ba số khác nhau từ tập hợp A để ba số đó lập thành cấp số cộng.

✓ Trả lời:

- » **Câu 29.** Anh Minh kí hợp đồng lao động có thời hạn ở một công ty với phương án trả lương như sau: Quý thứ nhất, tiền lương là 27 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 2,1 triệu. Tổng số tiền lương anh nhận được trong các năm đã đi làm là 684 triệu đồng. Hỏi anh Minh đã làm ở công ty đó bao nhiêu năm?

✓ Trả lời:

- » **Câu 30.** Một quả bóng được thả thẳng đứng từ độ cao 10m rơi xuống đất và nảy lên. Giả sử sau mỗi một lần rơi xuống, nó nảy lên được một độ cao bằng 75% độ cao vừa rơi xuống. Tính tổng quãng đường quả bóng di chuyển được kể từ lúc thả xuống đến khi quả bóng chạm đất lần thứ 10 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).

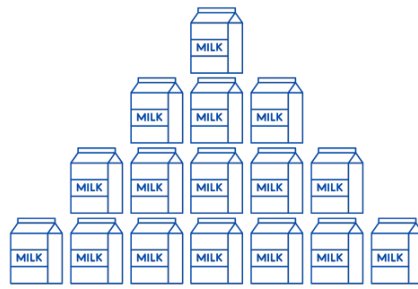
✓ Trả lời:

- » **Câu 31.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu bằng 1 và tổng 100 số hạng đầu bằng 14950. Tính

tổng $\frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$. Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

✓ Trả lời:

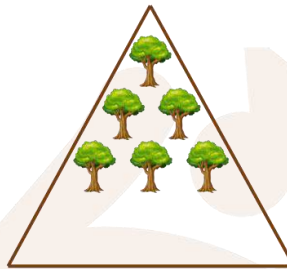
- » **Câu 32.** Trong ngày hội đón năm mới, một gian hàng sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo quy luật là hàng trên cùng có 1 hộp sữa, mỗi hàng ngay phía dưới lần lượt được xếp nhiều hơn 2 hộp so với hàng trên nó (tham khảo hình vẽ dưới). Hỏi hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



✓ Trả lời:

--	--	--	--

- » **Câu 33.** Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác theo cách sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, và cứ như thế mỗi hàng sau sẽ có nhiều hơn hàng ngay trước đó 1 cây. Hỏi tổng số hàng cây trong khu vườn bằng bao nhiêu?



✓ Trả lời:

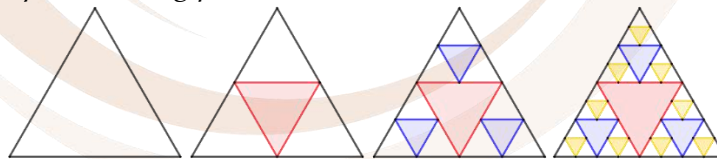
--	--	--	--

- » **Câu 34.** Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu 20m để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

✓ Trả lời:

--	--	--	--

- » **Câu 35.** Một tam giác đều có cạnh bằng 4cm. Chia tam giác đều đó thành 4 tam giác đều bằng nhau và tô màu tam giác ở trung tâm. Với mỗi tam giác nhỏ chưa được tô màu, lại chia thành 4 tam giác đều bằng nhau và tô màu tam giác ở trung tâm (hình vẽ). Cứ như thế, quá trình trên được lặp lại. Tính tổng diện tích phần đã được tô màu ở hình tô thứ 5 (đơn vị: cm^2 , làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



✓ Trả lời:

--	--	--	--

- » **Câu 36.** Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 4cm. Người ta chia mỗi cạnh hình vuông C_1 thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông C_2 . Từ hình vuông C_2 lại làm tiếp tục như trên để có hình vuông C_3 . Cứ tiếp tục quá trình như trên, ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$ như hình. Tính diện tích của hình vuông thứ 6 (đơn vị: cm^2 , làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



✓ Trả lời:

--	--	--	--

HẾT



ĐỀ ĐÁNH GIÁ CHỦ ĐỀ 02

DÃY SỐ & CẤP SỐ

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:.....

SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = 3n + 5, \forall n \in \mathbb{N}^*$, số hạng u_4 bằng
A. 20. **B.** 14. **C.** 11 **D.** 17.
- » **Câu 2.** Cho dãy số (u_n) . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?
A. Nếu $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số giảm.
B. Nếu $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số tăng.
C. Nếu $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số giảm.
D. Nếu $u_{n+1} \geq u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số giảm.
- » **Câu 3.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 21, q = 3$. Số hạng tổng quát của cấp số nhân u_n là
A. $u_n = 7 - 3n$. **B.** $u_n = 7 \cdot 3^n$. **C.** $u_n = 7 - 3^n$. **D.** $u_n = \frac{7}{3n}$.
- » **Câu 4.** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 40 số hạng đầu là 3320. Tìm công sai của cấp số cộng đó.
A. -4. **B.** 8. **C.** -8. **D.** 4.
- » **Câu 5.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{3n+2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Dãy số bị chặn trên bởi số $M = 3$. **B.** Dãy số bị chặn dưới bởi số $M = 5$.
C. Dãy số bị chặn dưới bởi số $M = \frac{1}{5}$. **D.** Dãy số bị chặn trên bởi số $M = \frac{1}{5}$.
- » **Câu 6.** Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.
A. 16. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 14.
- » **Câu 7.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?
A. 1; -2; -5; -9; -11. **B.** 1; -3; -6; -9; -12. **C.** 2; -3; -8; -13; -18. **D.** 1; -3; -5; -7; -9.
- » **Câu 8.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 4$. Giá trị u_{2024} bằng
A. 8074. **B.** 4074. **C.** 8094. **D.** 4078.
- » **Câu 9.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = -2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?
A. Số hạng thứ 5. **B.** Số hạng thứ 6.
C. Không là số hạng của cấp số đã cho. **D.** Số hạng thứ 7.
- » **Câu 10.** Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 2 \\ u_6 = 12 \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng trên.

- A. $u_n = n + 6$. B. $u_n = n + 7$. C. $u_n = -n + 6$. D. $u_n = n + 5$.

» **Câu 11.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -3$, $q = 4$. Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) .

- A. $S_{10} = 1048575$. B. $S_{10} = 1048525$. C. $S_{10} = -1048575$. D. $S_{10} = -1048525$.

» **Câu 12.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$; $u_4 = -54$. Tính u_7 .

- A. $u_7 = 1458$. B. $u_7 = -1548$. C. $u_7 = 1548$. D. $u_7 = -1458$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Một quả bóng siêu nảy được thả rơi từ độ cao 30 mét so với mặt đất, khi chạm đất nó nảy lên cao với độ cao bằng $\frac{2}{3}$ lần so với độ cao của lần rơi ngay trước đó. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Dãy các độ cao của quả bóng ở mỗi lần nảy lên là một cấp số nhân		
(b)	Dãy các độ cao của quả bóng ở mỗi lần nảy lên là một dãy số tăng		
(c)	Ở lần nảy lên thứ 11 quả bóng đạt độ cao tối đa là 1,35 m. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)		
(d)	Tổng quãng đường mà quả bóng di chuyển từ khi thả rơi đến khi chạm đất ở sau lần nảy thứ 10 là 117,92 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)		

» **Câu 14.** Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bốn số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là $-1; 2; 5; 8$		
(b)	Số hạng thứ năm của dãy là 13		
(c)	Công thức số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = 2n - 3$		
(d)	101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho		

» **Câu 15.** Litva sẽ tham gia vào cộng đồng chung châu Âu sử dụng đồng Euro là đồng tiền chung vào ngày 01 tháng 01 năm 2015. Để kỷ niệm thời khắc lịch sử này, chính quyền đất nước này quyết định dùng 122550 đồng tiền xu Litas Lithuania cũ của đất nước để xếp một mô hình kim tự tháp. Biết rằng tầng dưới cùng có 4901 đồng và cứ lên thêm một tầng thì số đồng xu giảm đi 100 đồng. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Theo đề bài, đồng tiền xu Litas Lithuania cũ xếp thành một mô hình kim tự tháp, gồm n tầng, số đồng xu các tầng tạo thành cấp số cộng có số hạng đầu bằng 4901 (tầng dưới cùng) và công sai bằng -100 .		
(b)	Tầng 40 của kim tự tháp trên có 2097 đồng xu.		
(c)	Tổng số đồng xu được dùng để xếp cho 10 tầng đầu tiên (tính từ tầng dưới cùng) của kim tự tháp trên là: 90097 đồng xu.		
(d)	Mô hình Kim tự tháp này có tất cả 50 tầng.		

» **Câu 16.** Trong năm 2024, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là $P = 900$ ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng $r = 6\%$ so với diện tích rừng trồng mới

của năm liền trước. Gọi P_n (đơn vị ha) là diện tích rừng trồng mới sau n năm kể từ năm 2024. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Diện tích rừng năm 2025 là 954 ha.		
(b)	Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A năm 2026 hơn năm 2025 là 57,24 ha.		
(c)	Diện tích rừng sau 2 năm kể từ năm 2025 là ha (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).		
(d)	Diện tích rừng trồng mới sau n năm kể từ năm 2024 là $P_n = P(1+r)^n$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

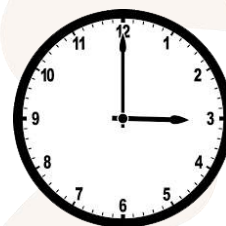
» **Câu 17.** Trong buổi phát động trồng cây, trường X trồng được 12 hàng cây, hàng đầu tiên có 2 cây, các hàng liền sau mỗi hàng gấp đôi hàng trước đó. Hỏi trường X trồng được bao nhiêu cây?

✓ Trả lời:

» **Câu 18.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -1, u_2 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2u_{n-1} \end{cases}$ với $n \geq 2$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy.

✓ Trả lời:

» **Câu 19.** Trên đồng hồ, tại thời điểm buổi sáng đang xét, kim giờ chỉ số 3, kim phút chỉ số 12. Đến khi kim phút và kim giờ gặp nhau lần cuối cùng trước 9h thì kim phút quay được một góc lượng giác bằng bao nhiêu radian? (Làm tròn đến hàng đơn vị).



✓ Trả lời:

» **Câu 20.** Anh Thanh vừa được tuyển dụng vào một công ty công nghệ, được cam kết lương năm đầu sẽ là 200 triệu đồng và lương mỗi năm tiếp theo sẽ được tăng thêm 25 triệu đồng. Gọi s_n (triệu đồng) là lương vào năm thứ n mà anh Thanh làm việc cho công ty đó. Lương của anh Thanh vào năm thứ 5 làm việc cho công ty đạt bao nhiêu triệu đồng/năm?

✓ Trả lời:

» **Câu 21.** Năm 2020, một hãng xe máy niêm yết giá bán xe X là 42 triệu đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo mỗi năm giảm 2% giá bán so với năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe máy niêm yết giá bán xe X là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng triệu)?

✓ Trả lời:

» **Câu 22.** Nam đậu đại học ở 1 trường thành phố, bạn phải đi làm thêm để có thể giảm gánh nặng kinh tế cho bố mẹ. Tháng đầu tiên đi làm, bạn được ông chủ trả 3 triệu đồng, nhờ siêng năng làm việc nên cứ mỗi tháng ông chủ lại tăng 5% so với tháng trước. Mỗi khi lĩnh lương bạn Nam đều cất đi phần lương tăng so với tháng trước. Hỏi sau 5 năm thì bạn Nam tiết kiệm được bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng triệu)?

✓ Trả lời:

----- Hết -----

Chủ Đề

03

ĐẠO HÀM – ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM



Kiến thức cơ bản

1. Đạo hàm



Kiến thức cần nhớ:

(a) Định nghĩa:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng và điểm x_0 thuộc khoảng đó $(a; b)$.

» Nếu tồn tại giới hạn hữu hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ thì giới hạn đó được gọi là đạo hàm của $f(x)$ tại điểm x_0 và được kí hiệu là $f'(x_0)$ hay $y'(x_0)$. Tức là:

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

(b) Ý nghĩa của đạo hàm:

Đạo hàm xuất hiện trong nhiều khái niệm Vật lý. Chẳng hạn:

Xét chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s = s(t)$, với $s = s(t)$ là hàm số có đạo hàm.

» Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t_0 là: $v(t_0) = s'(t_0)$.

(c) Ý nghĩa hình học của đạo hàm:

Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số đó tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$.

» Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ là:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0).$$

(d) Đạo hàm của hàm số hợp:

Nếu hàm số $u = g(x)$ có đạo hàm tại x là u'_x và hàm số $y = f(u)$ có đạo hàm tại u là y'_u thì hàm hợp $y = f(g(x))$ có đạo hàm là $y'_x = y'_u \cdot u'_x$.

(g) Đạo hàm của tổng – hiệu – tích – thương:

$$(f + g)' = f' + g',$$

$$(f - g)' = f' - g'.$$

$$(f \cdot g)' = f'g + f \cdot g'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2} \quad (g = g(x) \neq 0)$$

BẢNG ĐẠO HÀM CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ

	Hàm số cơ bản	Hàm số hợp ($u = u(x)$)
1	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
2	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
3	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
4	$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$
5	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$
6	$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
7	$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
8	$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = u' \cdot e^u$
9	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	$(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$
10	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
11	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$

2. Ứng dụng đạo hàm khảo sát hàm số



Tính đơn điệu:

(a) Định nghĩa:

Hàm số $y = f(x)$ gọi là

» đồng biến (tăng) trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K : x_1 < x_2$ thì $f(x_1) < f(x_2)$.

» nghịch biến (giảm) trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K : x_1 < x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$.

(b) Định lý:

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K , trong đó K là một khoảng, đoạn, hoặc nửa khoảng. Nếu $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm của K và

» $f'(x) \geq 0$ với mọi x thuộc khoảng K , hoặc

» $f'(x) \leq 0$ với mọi x thuộc khoảng K

Thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên (hoặc nghịch biến) trên K .



Cực trị:

(a) Định nghĩa:

Điểm cực trị: x_0 được gọi là một điểm:

» **Cực đại** của hàm số đã cho nếu tồn tại một khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 sao cho $(a; b) \subset K$ và $f(x) < f(x_0) \quad \forall x \in (a; b)$ và $x \neq x_0$.

» **Cực tiểu** của hàm số đã cho nếu tồn tại một khoảng $(c; d)$ chứa điểm x_0 sao cho $(c; d) \subset K$ và $f(x) > f(x_0) \quad \forall x \in (c; d)$ và $x \neq x_0$.

Khi đó:

» $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số đã cho, kí hiệu là f_{CD} , hoặc

» $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số đã cho, kí hiệu là f_{CT} .

Lưu ý:

» **Điểm cực đại, điểm cực tiểu** được gọi chung **điểm cực trị**

» **Giá trị cực đại, giá trị cực tiểu** được gọi chung **giá trị cực trị** (hay **cực trị**).

» Nếu x_0 là một **điểm cực trị** của hàm số $y = f(x)$ thì điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là **điểm cực trị** của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

(b) Dấu hiệu nhận biết cực trị của hàm số bằng đạo hàm:

Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a; x_0)$ và $(x_0; b)$. Khi đó:

» Nếu $\begin{cases} f'(x) < 0; \forall x \in (a; x_0) \\ f'(x) > 0; \forall x \in (x_0; b) \end{cases}$ thì hàm số $f(x)$ đạt **cực tiểu** tại điểm x_0 .

» Nếu $\begin{cases} f'(x) > 0; \forall x \in (a; x_0) \\ f'(x) < 0; \forall x \in (x_0; b) \end{cases}$ thì hàm số $f(x)$ đạt **cực đại** tại điểm x_0 .



Giá trị lớn nhất – Giá trị nhỏ nhất

Định nghĩa:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D .

» Số M được gọi là **giá trị lớn nhất** của $y = f(x)$ trên D , nếu $\begin{cases} f(x) \leq M \quad \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D : f(x_0) = M \end{cases}$.

Kí hiệu $M = \max_D f(x)$

» Số m được gọi là **giá trị nhỏ nhất** của $y = f(x)$ trên D , nếu $\begin{cases} f(x) \geq m \quad \forall x \in D \\ \exists x_1 \in D : f(x_1) = m \end{cases}$.

Kí hiệu $m = \min_D f(x)$



Đường tiệm cận

(a) Tiệm cận ngang:

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$$

(b) Tiệm cận đứng:

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$$

(c) Tiệm cận xiên:

Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) được gọi là đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$$



Quy trình khảo sát hàm số

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2. Xét sự biến thiên của hàm số.

- » Các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực, các đường tiệm cận đồ thị (nếu có).
- » Lập bảng biến thiên của hàm số: *Tính đạo hàm của hàm số*
 - Xét dấu đạo hàm.
 - Xét chiều biến thiên và tìm cực trị của hàm số (nếu có).

Bước 3. Vẽ đồ thị hàm số.

- » Vẽ các đường tiệm cận (nếu có).
- » Xác định các điểm đặc biệt của đồ thị:
 - Cực trị.
 - Giao điểm của đồ thị với các trục tọa độ.
- » Nhận xét về đặc điểm của đồ thị: tâm đối xứng, trục đối xứng (nếu có).

TOÁN TỪ TÂM

B

BÀI TẬP TIÊU BIỂU

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

Ví dụ 3.1.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(1) = 2$. Giá trị của biểu thức

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \text{ bằng:}$$

(A). $\frac{1}{2}$

(B). 2

(C). -2

(D). $\sqrt{2}$

Lời giải

Ví dụ 3.2.

Đạo hàm của hàm số $y = \cos 2x$ là:

(A). $\sin 2x$

(B). $-\sin 2x$

(C). $-2 \sin 2x$

(D). $2 \cos 2x$

Lời giải

Ví dụ 3.3.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) < 0, \forall x \in (1; 2)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (2; 3)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

(A). Hàm số $f(x)$ đồng biến trên cả hai khoảng $(1; 2)$ và $(2; 3)$.

(B). Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên cả hai khoảng $(1; 2)$ và $(2; 3)$.

(C). Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.

(D). Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ và đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.

Lời giải


Ví dụ 3.4.

Cho hàm số $y = \sqrt{3x+1}$. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x=1$ bằng

(A). $\frac{3}{2}$

(B). $\frac{3}{4}$

(C). $\frac{1}{4}$

(D). 2

Lời giải

.....

.....

.....

.....


Ví dụ 3.5.

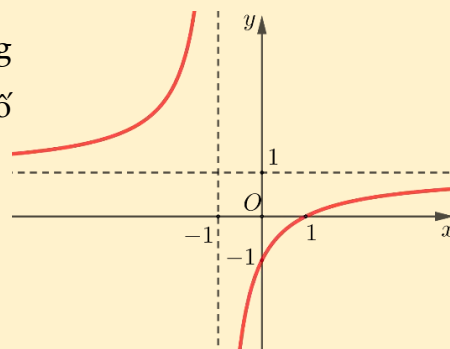
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây là trục đối xứng của đồ thị hàm số đã cho?

(A). $y = x$

(B). $y = -x$

(C). $y = 0$

(D). $x = 0$



Lời giải

.....

.....

.....

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

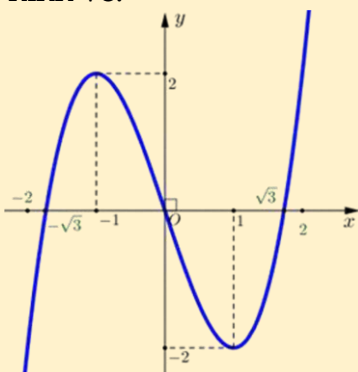
Ví dụ 3.6.

Cho các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2x+1$ và $g'(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$[f(x) + g(x)]' = 3x + 1$		
(b)	$[f(x) - g(x)]' = x + 1$		
(c)	$[5f(x)]' = 2x + 6$		
(d)	$[-7g(x)]' = -7 + x$		

Ví dụ 3.7.

Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.		
(b)	$f'(x) = 3x^2 + 3$		
(c)	$f'(x) < 0$ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, $f'(x) > 0$ khi $x \in (-1; 1)$		
(d)	Hàm số có đồ thị như hình vẽ: 		

Ví dụ 3.8.

Cho hàm số $y = -4x^3 + \frac{x^2}{2} - 2x + 3$, biết đạo hàm $y' = ax^2 + bx + c$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$a + b + c = -10$		
(b)	Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt		
(c)	Đồ thị hàm số y' cắt trục tung tại điểm $(0; -2)$.		
(d)	Đồ thị hàm số y' cắt đường thẳng $y = 3$ tại hai điểm phân biệt.		

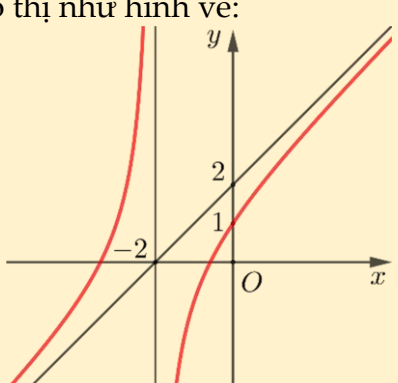
Ví dụ 3.9.

Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$f'(x) = 1 + 2 \cos 2x$		
(b)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$		
(c)	Trên đoạn $[0; \pi]$ phương trình $f'(x) = 0$ có đúng một nghiệm $\frac{5\pi}{6}$.		
(d)	Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.		


Ví dụ 3.10.

Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$f(x) = x + 2 - \frac{2}{x+2}, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$		
(b)	Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường $x = 2$		
(c)	Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường $y = x + 2$		
(d)	Hàm số đã cho có đồ thị như hình vẽ: 		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

Ví dụ 3.11.

Biết rằng $(\sin x + \cos x)' = a \sin x + b \cos x$ với a, b là các hằng số thực. Giá trị của $a - 2b$ là bao nhiêu?

Lời giải

✓ Trả lời:

.....

.....

.....


Ví dụ 3.12.

Cho các hằng số a, b, c, d khác 0 thỏa mãn $ad - bc \neq 0$. Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ là bao nhiêu?

Lời giải

✓ Trả lời:

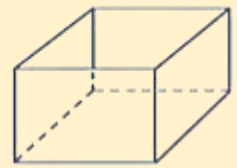
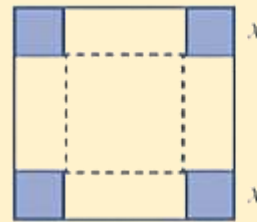
.....

.....

.....


Ví dụ 3.13.

Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh $3dm$. Bác Tùng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng $x(dm)$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp. Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo $x(dm)$. Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu decimet khối?


Lời giải
Trả lời:

--	--	--	--


Ví dụ 3.14.

Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức

$$f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5} \quad (f(t) \text{ được tính bằng nghìn người})$$

(Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020).

Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?

Lời giải
Trả lời:

--	--	--	--

**Ví dụ 3.15.**

Trong 18 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 18t^2 + t + 3$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu mét trên giây trong 18 giây đầu tiên đó?

✓ Trả lời:

--	--	--	--

✎ *Lời giải*

TOÁN TỪ TÂM

C

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là

- A. $5^x \cdot \log 5$. B. $5^x \cdot \ln 5$. C. 5^{x-1} . D. $x \cdot 5^{x-1}$.

» Câu 2. Cho các hằng số a, b, c, d, m khác 0 thỏa mãn $ad - bc \neq 0$. Đồ thị của hàm số $y = ax + b + \frac{m}{cx + d}$ có đường tiệm cận xiên là:

- A. $y = cx + d$. B. $y = a + bx$. C. $y = c + dx$. D. $y = ax + b$.

» Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) > 0, \forall x \in (0; 1)$; $f'(x) < 0, \forall x \in (1; 2)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$.
B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$.
C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.
D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

» Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = x^2 - 5x - 6, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

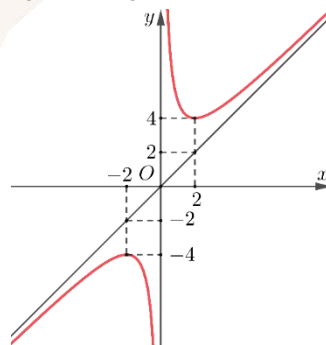
- A. $(0; 3)$. B. $(-6; 1)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(6; +\infty)$.

» Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) < f(0), \forall x \in (-1; 1) \setminus \{0\}$ và $f(x) > f(2), \forall x \in (1; 3) \setminus \{2\}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $x_{CT} = 0, x_{CD} = 2$. B. $x_{CT} = 2, x_{CD} = 0$. C. $x_{CT} = -1, x_{CD} = 3$. D. $x_{CT} = 3, x_{CD} = -1$.

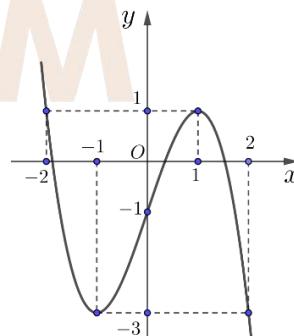
» Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $y_{CT} = 4; y_{CD} = 2$.
B. $y_{CT} = 2; y_{CD} = -1$.
C. $y_{CT} = 4; y_{CD} = -4$.
D. $y_{CT} = 2; y_{CD} = -2$.



» Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$.
B. $(-2; 0)$.
C. $(-1; 1)$.
D. $(-1; 2)$.



» Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	7	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2;7)$. B. $(-3;1)$. C. $(-1;8)$. D. $(7;9)$.

» Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có xét dấu đạo hàm như sau.

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$	$\parallel$	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2;2)$. B. $(-2;+\infty)$. C. $(-\infty;0)$. D. $(-2;1)$.

» Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	$\parallel$	$-$	$\parallel$	$-$	0	$+$
$f(x)$		-2		$+\infty$		$+\infty$	
	$-\infty$		$-\infty$		-1		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0;2)$. B. $(0;+\infty)$. C. $(-2;-\infty)$. D. $(1;2)$.

» Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-3)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(3) > f(0)$. B. $f(-1) > f(0)$. C. $f(3) > f(5)$. D. $f(1) > f(3)$.

» Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

» Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x.e^x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $x=1$ là điểm cực đại của hàm số.
 B. $x=-1$ là điểm cực đại của hàm số.
 C. $x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số.
 D. $x=-1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

» Câu 14. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + 1 - \frac{4}{x-3}$ trên đoạn $[-1;2]$. Giá trị của $M-m$ bằng

- A. 1. B. $\frac{9}{5}$. C. 6. D. 8.

» Câu 15. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2 + 2x - e^x$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

- A. 1. B. $6 - e^2$. C. $\ln 2$. D. $2 \ln 2$.

» **Câu 16.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

» **Câu 17.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

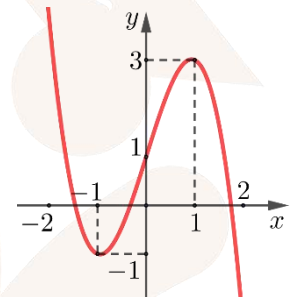
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Đường tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $x=1; y=1$. B. $x=1; y=2$. C. $x=2; y=1$. D. $x=2; y=2$.

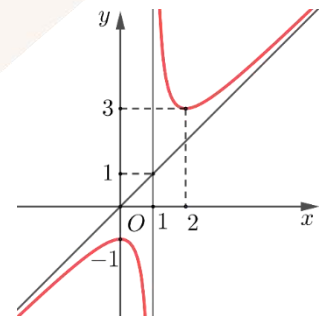
» **Câu 18.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $m=-2; M=2$.
B. $m=1; M=3$.
C. $m=3; M=1$.
D. $m=-1; M=3$.



» **Câu 19.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là

- A. $(2; 2)$.
B. $(-2; -2)$.
C. $(-2; 2)$.
D. $(2; -2)$.



» **Câu 20.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$ có phương trình là

- A. $y = x - 2$. B. $y = x - 1$. C. $y = x + 1$. D. $x = -1$.

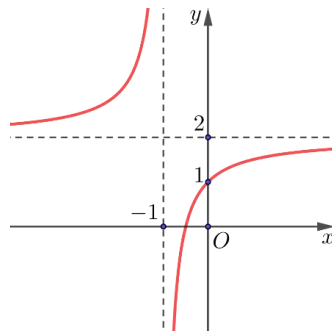
» **Câu 21.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x) + 1 = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

» **Câu 22.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



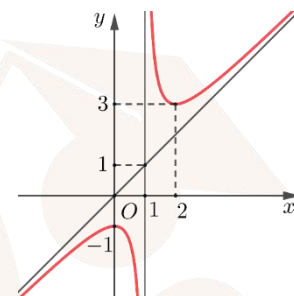
Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -1$, đường tiệm cận ngang $y = 0$.
- B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$, đường tiệm cận ngang $y = -1$.
- C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 0$, đường tiệm cận ngang $y = 2$.
- D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -1$, đường tiệm cận ngang $y = 2$.

» **Câu 23.** Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x}$ ($ac \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng

- A. Đường thẳng $y = x$.
- B. Đường thẳng $y = -x$.
- C. Đường thẳng $x = 0$.
- D. Đường thẳng $y = 2x$.



B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 24.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$	$\parallel$	$-$

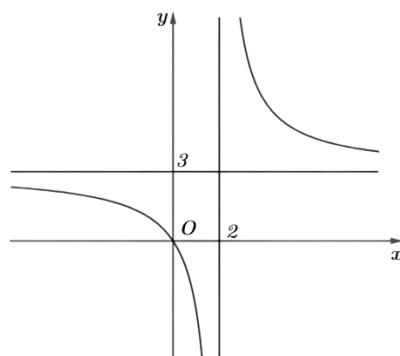
Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.		
(b)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.		
(c)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.		
(d)	Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.		

» **Câu 25.** Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.		
(b)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.		
(c)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.		
(d)	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.		

» **Câu 26.** Cho hàm số $y = \frac{3x + a}{x + b}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$.		
(b)	$b = 2$		
(c)	Đồ thị hàm số không đi qua gốc tọa độ		
(d)	$a = 0$		

» Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	142			38		

$142 \searrow 8 \nearrow 38 \searrow 14$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(8; 14)$.		
(b)	Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 8.		
(c)	Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 38.		
(d)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(8; 38)$.		

» Câu 28. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s = f(t) = 0,5 \cos(2\pi t)$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t là $-\pi \sin(2\pi t)$ m/s.		
(b)	Gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t là $-2 \cos(2\pi t)$ m/s ² .		
(c)	Vận tốc lớn nhất của chất điểm bằng π m/s.		
(d)	Gia tốc lớn nhất của chất điểm bằng $2\pi^2$ m/s ² .		

» Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1) \leq f(x) \leq f(-1), \forall x \in \mathbb{R}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là $f(1)$.		
(b)	Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là $f(-1)$.		
(c)	Điểm cực tiểu của hàm số là $x_{CT} = -1$.		
(d)	Điểm cực đại của hàm số là $x_{CD} = 1$.		

» Câu 30. Cho hàm số $f(x) = x^2 e^x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----

(a)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.		
(b)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.		
(c)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.		
(d)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.		

» Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	-2		

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng.		
(b)	Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.		
(c)	Hàm số có hai giá trị cực trị là -1 và 3 .		
(d)	Giá trị lớn nhất của hàm số trên nửa đoạn $(1; 2]$ bằng -2 .		

» Câu 32. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$ với $x \neq 1$.		
(b)	Đường thẳng $y = x - 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.		
(c)	Hàm số có giá trị cực đại bằng 5 .		
(d)	Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-1; 1)$ bằng 1 .		

» Câu 33. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}$.		
(b)	$x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.		
(c)	Hàm số có 2 điểm cực trị.		
(d)	Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{1}{2}$.		

» Câu 34. Biết rằng hàm số $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 6x + b$ (a và b là các hằng số thực) đạt cực trị bằng 4 tại $x = 1$. Khi đó:

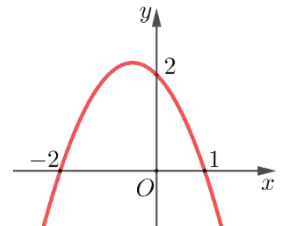
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giá trị của $a + b$ bằng 8 .		
(b)	Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.		
(c)	$x = -1$ là một điểm cực trị của hàm số $f(x)$.		

(d) | Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng 12. | |

» **Câu 35.** Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{2x+4}-2}{x^2-x}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định của hàm số là $D = [-2; +\infty) \setminus \{0; 1\}$.		
(b)	Đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
(c)	Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
(d)	Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.		

» **Câu 36.** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d là các số thực và $a \neq 0$) có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là $x_{CT} = -2$.		
(b)	Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x_{CD} = 1$.		
(c)	Hàm số đồng biến trên $(0; 1)$.		
(d)	Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(2025; 2026)$.		

» **Câu 37.** Trong 9 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 9t^2 + 21t + 1$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$s'(t) = -3t^2 + 18t + 21$		
(b)	$s''(t) = -6t + 18$		
(c)	Phương trình $s'(t) = 0$ có đúng một nghiệm dương là $t = 7$.		
(d)	Gia tốc của chất điểm tại thời điểm vật dừng lại là 36 m/s^2 .		

» **Câu 38.** Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15%, giả sử thêm vào dung dịch x (gam) muối tinh khiết và được dung dịch có nồng độ $f(x)\%$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $f(x) = \frac{100(x+200)}{x+30}$.		
(b)	Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng $(0; +\infty)$.		
(c)	Thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì nồng độ phần trăm càng tăng và không vượt quá 100%.		
(d)	Giới hạn của $f(x)$ khi x dần đến dương vô cực bằng 100.		

» **Câu 39.** Một công ty sản xuất một số sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm được bán ra.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----

(a)	Hàm doanh thu của công ty là $f(x) = x.p(x)$.		
(b)	Hàm số $f(x) = -25x^2 + 1000x$ có đạo hàm $f'(x) = -50x + 1000$.		
(c)	Nếu $f(x) = x.p(x)$ là hàm doanh thu thì phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm là $x = 2$		
(d)	Hàm doanh thu đạt giá trị lớn nhất bằng 10000		

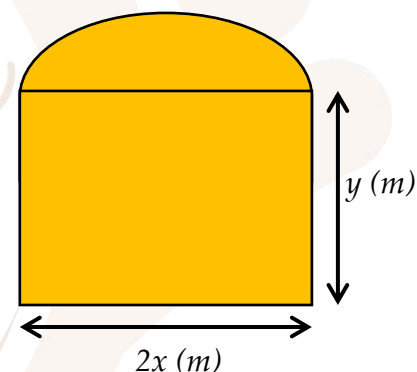
» Câu 40. Nồng độ thuốc $C(t)$ tính theo mg/cm^3 trong máu của bệnh nhân được cho bởi công thức

$C(t) = \frac{0,05t}{t^2 + t + 1}$, trong đó t là thời gian tính theo giờ kể từ khi tiêm cho bệnh nhân. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $C(t)$ có đạo hàm $C'(t) = \frac{1-t^2}{20(t^2 + t + 1)^2}, t \geq 0$		
(b)	Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân giảm dần theo thời gian.		
(c)	Nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân lớn nhất ở thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.		
(d)	Có thời điểm nồng độ trong máu của bệnh nhân đạt $0,02 \text{ mg}/\text{cm}^3$.		

» Câu 41. Người ta dùng một thanh thép có chiều dài 4m để uốn thành khung viền của một cửa sổ có dạng một hình hộp chữ nhật ghép với một nửa hình tròn có các kích thước được cho ở hình bên dưới.

Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có thể biểu thị y theo công thức: $y = 2 - \frac{(\pi - 2)x}{2}$		
(b)	Diện tích của cửa sổ được tính theo công thức $S(x) = 4x - 2x^2 - \frac{4\pi^2}{2}(\text{m}^2)$		
(c)	Diện tích của cửa sổ lớn nhất khi $x = \frac{4}{\pi + 2}(\text{m})$		
(d)	Giá trị lớn nhất của diện tích cửa sổ là $\frac{8}{\pi + 4}(\text{m}^2)$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 42.** Giả sử hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ đạt cực đại tại $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$. Giá trị của biểu thức $A = 2a + b$ là bao nhiêu?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 43.** Cho đồ thị hàm số $f(x) = \frac{3x+5}{-x+7}$ có tâm đối xứng là $I(a;b)$. Giá trị của biểu thức $B = -4a - b$ là bao nhiêu?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 44.** Cho đồ thị hàm số $f(x) = 5x - 1 + \frac{8}{x-1}$ có tâm đối xứng là $I(a;b)$. Giá trị của biểu thức $C = a + 3b$ là bao nhiêu?

✓ **Trả lời:**

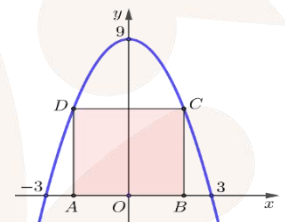
» **Câu 45.** Cho $a \neq 0, b^2 - 3ac > 0$. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 46.** Cho bất phương trình $x^2 - (m+1)x - m + 2 \geq 0$, với m là tham số thực. Tìm giá trị lớn nhất của m sao cho bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 4]$.

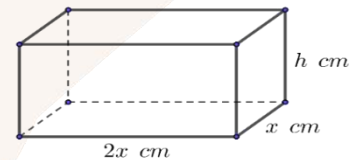
✓ **Trả lời:**

» **Câu 47.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh di động trên đồ thị hàm số $y = 9 - x^2$ trên khoảng $(-3; 3)$, hai đỉnh còn lại nằm trên trục hoành. Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



✓ **Trả lời:**

» **Câu 48.** Người ta muốn làm một chiếc hộp kim loại hình hộp chữ nhật có thể tích 73 cm^3 và đáy có chiều dài gấp đôi chiều rộng (hình vẽ). Tính diện tích toàn phần nhỏ nhất đạt được của chiếc hộp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm^2).



✓ **Trả lời:**

» **Câu 49.** Tại một nhà máy, khi sản xuất x tạ sản phẩm ($x > 0$) mỗi ngày thì chi phí trung bình trên mỗi tạ sản phẩm được tính bởi công thức $\bar{C}(x) = \frac{1}{2}x + 3 + \frac{8}{x}$ (triệu đồng/tạ). Tính chi phí trung bình thấp nhất (tính theo triệu đồng/tạ) mà nhà máy có thể đạt được trong ngày.

✓ **Trả lời:**

» **Câu 50.** Quan sát một đàn ong trong 20 tuần, người ta ước lượng được số lượng ong trong đàn bởi công thức $P(t) = \frac{20000}{1 + 1000e^{-t}}$, trong đó t là thời gian tính theo tuần kể từ khi bắt đầu quan sát, $0 \leq t \leq 20$. Tại thời điểm nào thì số lượng ong của đàn tăng nhanh nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của tuần)?

✓ **Trả lời:**

----- HẾT -----


ĐỀ ĐÁNH GIÁ CHỦ ĐỀ 03
ĐẠO HÀM & ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM
Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:.....

SBD:.....

PHẦN ĐỀ
A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(1) = 3$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ bằng

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

» **Câu 2.** Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{1}{x}$ là

- A. $y'' = -\frac{1}{x^3}$. B. $y'' = -\frac{2}{x^3}$. C. $y'' = \frac{2}{x^3}$. D. $y'' = \frac{1}{x^3}$.

» **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Tìm điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$.

- A. $x = 7$. B. $x = -2$.
C. $x = 0$. D. $x = 6$.

x	$-\infty$	6	7	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	-2	$+\infty$	

» **Câu 4.** Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là:

- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{4}{\sqrt{5}}$. C. 2. D. 4.

» **Câu 5.** Một vật có phương trình quãng đường tính theo thời gian là $s(t) = 5 + 8t - 2t^2$? Tại thời điểm nào, vật cách mốc tính quãng đường khoảng lớn nhất?

- A. 1 giây. B. 2 giây. C. 3 giây. D. 4 giây.

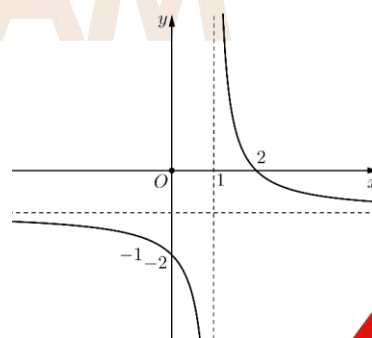
» **Câu 6.** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 3$.
B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.
C. $y = x^3 - 3x + 2$.
D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

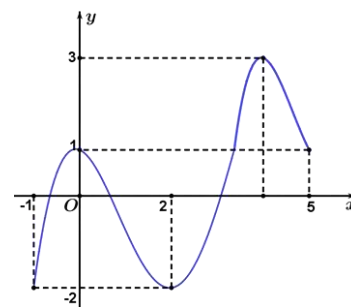
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

» **Câu 7.** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng

- A. $S = 0$.
B. $S = -2$.
C. $S = 2$.
D. $S = 4$.



» **Câu 8.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



- A. -1.
B. 4.
C. 1.
D. 2.

» **Câu 9.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có phương trình:

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

» **Câu 10.** Đồ thị hàm số nào sau đây có một tiệm cận?

- A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$. B. $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$. C. $y = \frac{4}{x-1}$. D. $y = \frac{2x}{x^2+1}$.

» **Câu 11.** Hàm số $y = (4-x^2)^2 + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ là

- A. 10. B. 12. C. 14. D. 17.

» **Câu 12.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -4$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

x	$-\infty$	-7	-4	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	6		
		14		$-\infty$		$-\infty$

- A. $(-7; +\infty)$. B. $(-7; -4)$. C. $(6; +\infty)$. D. $(-7; 4)$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 + 2$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại $x_0 = 1$: $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.		
(b)	Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là $f'(1) = 6$.		
(c)	Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là $y = 6x - 2$.		
(d)	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.		

» **Câu 14.** Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức $s(t) = t^3 - 3t^2 + 7t - 2$, trong đó $t > 0$ và tính bằng giây và $s(t)$ là quãng đường chuyển động được của vật trong t giây tính bằng mét. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ là 7 m/s.		

(b)	Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ là 6 m/s^2 .		
(c)	Gia tốc của vật tại thời điểm mà vận tốc của chuyển động bằng 16 m/s là 10 m/s^2 .		
(d)	Vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm $t = 1$ (giây).		

» **Câu 15.** Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của mặt trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ tron đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilomet. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao lớn nhất mà con tàu đạt được là 250 (km)		
(b)	Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t \simeq 25$ (giây)		
(c)	Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc của con tàu lớn nhất mà con tàu đạt được là $10,33 \text{ (km/s)}$		
(d)	Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao con tàu đạt được khi vận tốc của con tàu lớn nhất là $139,37 \text{ (km)}$		

» **Câu 16.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Khi đó:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$		
(b)	Hàm số $g(x) = 2x - 3f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$		
(c)	$f(\sin^2 x) < f\left(\frac{3}{2}\right)$		
(d)	Hàm số $y = f(2 - 3x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Một cửa hàng có 8 máy in, mỗi máy in in được 3600 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành một máy in trong mỗi lần in là 50 nghìn đồng. Chi phí cho n máy in chạy trong một giờ được tính bằng công thức $60(6n+10)$. Hỏi nếu in $50\,000$ bản in là các tờ quảng cáo thì phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?

✓ Trả lời:

» **Câu 18.** Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{2025x}{x+1}$. Biết tổng $f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2025) = \frac{a}{b}$ với a, b là các số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

✓ Trả lời:

» **Câu 19.** Một công ty du lịch tổ chức tua du lịch với giá mỗi tua là 5 triệu đồng một khách cho 30 khách. Từ khách thứ 31, cứ thêm một khách, giá của tua lại được giảm a nghìn (a là số nguyên dương). Số khách thêm của tua không quá 15 người. Biết rằng nếu nhận thêm từ 1 đến 8 khách thì doanh thu tăng dần theo số khách nhận thêm. Tìm giá trị lớn nhất của a .

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 20.** Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0$ (s) cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126$ (s) cho bởi hàm số sau đây:
 $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$ (v được tính bằng ft/s , $1 \text{ feet} = 0,3048 \text{ m}$). Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tính $T = a + b$?



✓ Trả lời:

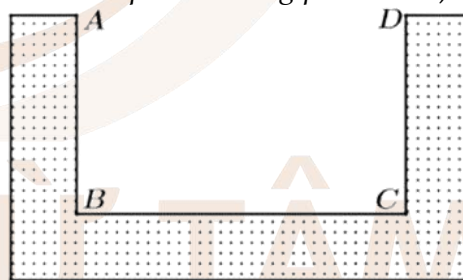
--	--	--	--

» **Câu 21.** Nếu trong một ngày, một xưởng sản xuất được x chiếc vợt cầu lông thì chi phí trung bình (tính bằng nghìn đồng) cho một chiếc vợt cầu lông được cho bởi công thức $C(x) = \frac{5x+1}{x}$. Xét trong một khoảng thời gian dài, xưởng sản xuất đã sản xuất được “rất nhiều” chiếc vợt cầu lông. Vậy cho đến nay, chi phí sản xuất mỗi chiếc vợt cầu lông là bao nhiêu nghìn đồng?

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 22.** Hình dưới đây là mương dẫn nước thủy lợi tại một địa phương phục vụ tưới tiêu cho ruộng đồng. Phần không gian trong mương để nước chảy có mặt cắt ngang là hình chữ nhật $ABCD$. Với điều kiện lưu lượng nước qua mương cho phép thì diện tích mặt cắt $ABCD$ là $0,48 \text{ m}^2$. Để đảm bảo yêu cầu kỹ thuật tốt nhất cho mương, người ta cần thiết kế sao cho tổng độ dài $T = AB + BC + CD$ là ngắn nhất. Khi đó chiều rộng đáy mương bằng bao nhiêu (biết chiều rộng phải dưới 1m , làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



✓ Trả lời:

--	--	--	--

----- Hết -----

Chủ Đề

04

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN



Kiến thức cơ bản

1. Nguyên hàm



Kiến thức cần nhớ:

(a) Định nghĩa:

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K (K là khoảng, nửa khoảng hoặc đoạn của $\mathbb{R}$).

» Hàm số $F(x)$ được gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu

$$F'(x) = f(x) \quad \forall x \in K$$

(b) Nhận xét:

» Với mỗi hằng số C , hàm $F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên K ;

» Nếu hàm $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên K thì tồn tại hằng số C sao cho $G(x) = F(x) + C \quad \forall x \in K$;

Như vậy: Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì mọi nguyên hàm của $f(x)$ trên K đều có dạng $F(x) + C$, (C là hằng số),

» Ký hiệu $\int f(x)dx$, gọi là họ tất cả các nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên K .

» Nghĩa là $\int f(x)dx = F(x) + C$, (C là hằng số).

Chứng minh được rằng:

Nếu $f(x)$ liên tục trên K thì $f(x)$ có nguyên hàm trên khoảng đó.

Chú ý:

Biểu thức $f(x)dx$ gọi là vi phân của nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$, kí hiệu $dF(x)$

Vậy $dF(x) = F'(x)dx = f(x)dx$.

(c) Tính chất của nguyên hàm:

Cho các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên K và các số thực $k \neq 0$. Ta có:

$$\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

$$\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$$

$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx \quad \forall k \neq 0$$

2. Tích phân

**Kiến thức cần nhớ:****(a) Định nghĩa:**

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.

Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a; b]$ thì hiệu số $F(b) - F(a)$ được gọi là tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$, kí hiệu $\int_a^b f(x) dx$. Do đó

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

» Ta gọi $\int_a^b$ là dấu tích phân, a và b là cận tích phân, a là cận dưới, b là cận trên, $f(x) dx$ là biểu thức dưới dấu tích phân và $f(x)$ là hàm số dưới dấu tích phân

(b) Ý nghĩa hình học của tích phân:

» Nếu hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì tích phân $\int_a^b f(x) dx$ là diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Vậy $S = \int_a^b f(x) dx$

(c) Tính chất của tích phân:

Cho các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Ta có:

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx \quad \int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx \quad \forall k \in \mathbb{R} \quad \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \quad (a < c < b)$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(u) du$$

$$\text{» Quy ước: } \int_a^a f(x) dx = 0; \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

TOÁN TỪ TÂM

3. Ứng dụng tích phân



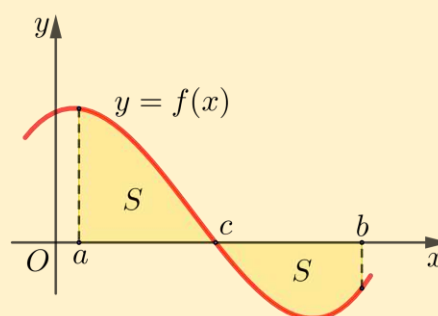
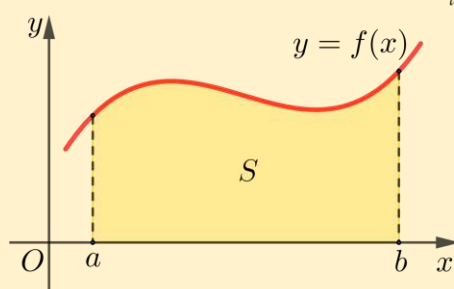
Diện tích hình phẳng

(a) **Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$:**

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$



Chú ý:

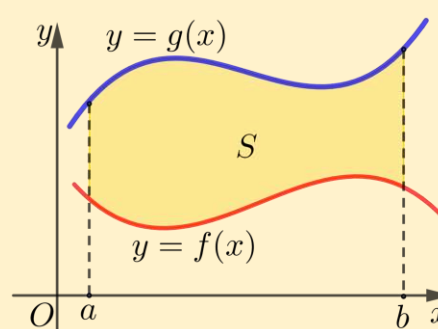
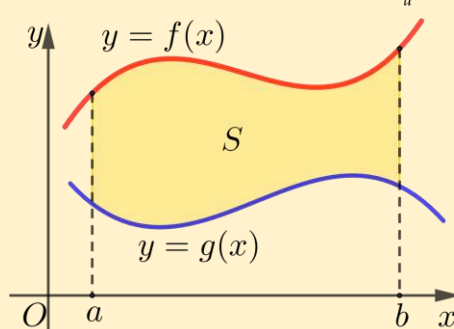
Nếu $f(x)$ không đổi dấu trên $[a; b]$ thì $S = \int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

(b) **Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$:**

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$.

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức:

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$



Chú ý:

Nếu hiệu $f(x) - g(x)$ không đổi dấu trên đoạn $[a; b]$ thì

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$$



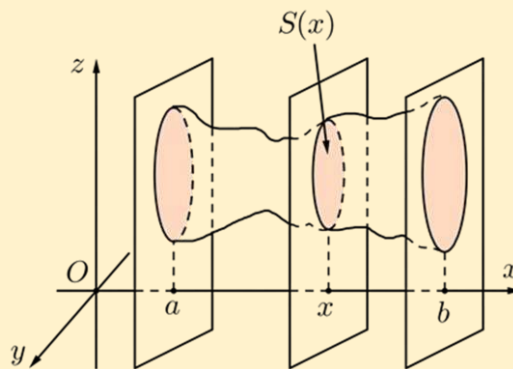
Thế tích vật thể

(a) Thế tích vật thể:

Cho một vật thể trong không gian $Oxyz$. Gọi (H) là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = a, x = b$. Một mặt phẳng vuông góc trục Ox tại điểm có hoành độ là x ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$.

Khi đó thể tích V của phần vật thể (H) được tính bởi công thức:

$$V = \int_a^b S(x) dx$$

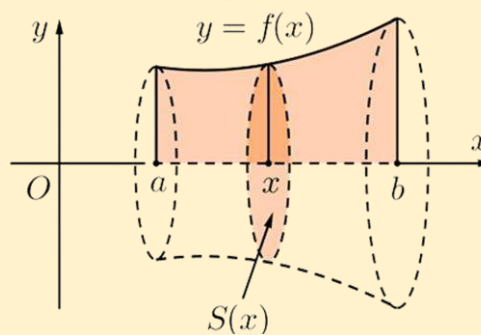


(b) Thế tích khối tròn xoay:

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên $[a; b]$. Khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ xung quanh trục hoành, ta được một hình khối gọi là khối tròn xoay.

Thể tích V của khối tròn xoay đó được tính bởi công thức:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$



B

BÀI TẬP TIÊU BIỂU

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

Ví dụ 4.1.

Hàm số $F(x) = 2x^3 - 2x + 1$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

(A). $f(x) = 6x^2 - 2$

(B). $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^2 + x$

(C). $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^2 + x + C$

(D). $f(x) = 6x^2 - 2 + C$

✎ *Lời giải*

Ví dụ 4.2.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 3, f(5) = 2$. Giá trị của $\int_2^5 f'(x) dx$ bằng

(A). -1

(B). 1

(C). 5

(D). 6

✎ *Lời giải*

Ví dụ 4.3.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục Ox là:

(A). $S = \int_0^\pi \cos x \, dx$

(B). $S = \int_0^\pi \cos^2 x \, dx$

(C). $S = \int_0^\pi |\cos x| \, dx$

(D). $S = \pi \int_0^\pi |\cos x| \, dx$

✎ *Lời giải*



Ví dụ 4.4.

Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ quay quanh Ox . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- Ⓐ. $V = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$ Ⓑ. $V = \int_0^2 e^x dx$ Ⓒ. $V = \pi \int_0^2 e^x dx$ Ⓓ. $V = \int_0^2 e^{2x} dx$

✎ *Lời giải*

.....

.....



Ví dụ 4.5.

Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1 - 2 \sin 2t$ (m/s). Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $t = 0$ (giây) đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}$ (giây) được tính:

- Ⓐ. $s(t) = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2 \sin 2t) dt$ Ⓑ. $s(t) = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2 \sin 2t)^2 dt$
- Ⓒ. $s(t) = \left| \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2 \sin 2t) dt \right|$ Ⓓ. $s(t) = v\left(\frac{3\pi}{4}\right) - v(0)$

✎ *Lời giải*

.....

.....

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai



Ví dụ 4.6.

Giả sử $s(t)$ là phương trình quãng đường chuyển động của một vật theo thời gian t (giây) và $v(t)$ là phương trình vận tốc của chuyển động đó theo t (giây). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int s(t) dt = v(t) + C$		
(b)	$\int v(t) dt = s(t) + C$		
(c)	$\int s'(t) dt = v(t) + C$		
(d)	$\int s'(t) dt = s(t) + C$		

Ví dụ 4.7.

Cho hàm số $F(x) = x^3 - 2x + 1, x \in \mathbb{R}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Nếu $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ và $G(-1) = 3$ thì $G(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}$.		
(b)	Nếu $H(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ và $H(1) = -3$ thì $H(x) = F(x) - 3, x \in \mathbb{R}$.		
(c)	Nếu $K(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ và $K(0) = 0$ thì $K(x) = F(x) + 1, x \in \mathbb{R}$.		
(d)	Nếu $M(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ và $M(2) = 4$ thì $M(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}$.		

Ví dụ 4.8.

Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2 \cos t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 2 \sin t \text{ (m/s)}$.		
(b)	Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ là 1 m/s .		
(c)	Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0 \text{ (s)}$ đến thời điểm $t = \pi \text{ (s)}$ là 4 m .		
(d)	Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = \frac{\pi}{2} \text{ (s)}$ đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4} \text{ (s)}$ là 2 m .		

Ví dụ 4.9.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = 2x^2 (C_1), y = 4x (C_2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Các đường thẳng (C_1) và (C_2) đều đi qua điểm $O(0;0)$ và $M(1;2)$.		
(b)	Diện tích của hình phẳng (H) là $S = \int_0^2 2x^2 - 2\sqrt{x} dx$.		
(c)	Thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \pi \int_0^1 (4x - 4x^4) dx$.		
(d)	Nếu $\frac{V}{S} = \frac{a}{b} \pi$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) thì $2a - b = 17$.		

Câu hỏi – Trả lời ngắn



Ví dụ 4.10.

Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ và $F(2) = 2$. Tính $F(3)$.

Lời giải

✓ Trả lời:

--	--	--	--

.....

.....

.....



Ví dụ 4.11.

Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + 3x^2$ và $F(1) = \frac{2}{\ln 2}$. Giá trị của $F(2)$ (làm tròn đến hàng phần mười) bằng

Lời giải

✓ Trả lời:

--	--	--	--

.....

.....

.....



Ví dụ 4.12.

Kí hiệu $h(x)$ là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng x năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao 3 m. Trong các năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(x) = \frac{\sqrt{2}}{x}$ (tính theo mét/năm). Chiều cao của cây đó sau 5 năm (làm tròn đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu mét?

Lời giải

✓ Trả lời:

--	--	--	--

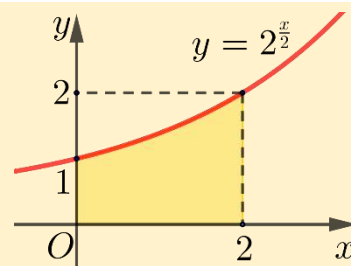
.....

.....

.....


Ví dụ 4.13.

Cho đồ thị hàm số $y = 2^{\frac{x}{2}}$ và hình phẳng được tô màu như hình. Hình phẳng đó được giới hạn bởi các đường nào? Tính diện tích hình phẳng đó (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).


Lời giải
Trả lời:

--	--	--	--


Ví dụ 4.14.

Khi sử dụng phần mềm mô phỏng để thiết kế một chậu cây, người ta quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x} + 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$ quanh trục hoành. Biết đơn vị trên các trục tọa độ là đêximét. Thể tích của chậu cây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) bằng bao nhiêu đêximét khối?

Lời giải
Trả lời:

--	--	--	--


Ví dụ 4.15.

Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 5 \cos t$ (m/s²). Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc 2,5 m/s. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong π (s) đầu tiên.

Lời giải
Trả lời:

--	--	--	--

C

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int x^{\frac{4}{3}} dx = \frac{3}{7} x^{\frac{7}{3}} + C.$

B. $\int x^{\frac{4}{3}} dx = \frac{7}{3} x^{\frac{7}{3}} + C.$

C. $\int x^{\frac{4}{3}} dx = 3x^{\frac{1}{3}} + C.$

D. $\int x^{\frac{4}{3}} dx = \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}} + C.$

» Câu 2. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{\ln 3} + C.$

B. $\int 3^{2x} dx = \frac{9^x}{\ln 9} + C.$

C. $\int 3^{2x} dx = 3^{2x} \cdot \ln 3 + C.$

D. $\int 3^{2x} dx = 9^x \cdot \ln 9 + C.$

» Câu 3. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin x$ là

A. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C.$

B. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C.$

C. $x^2 - \cos x + C.$

D. $x^2 + \cos x + C.$

» Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2\sqrt{x}-1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $2\sqrt{x} + \ln x + C.$

B. $2\sqrt{x} - \ln x + C.$

C. $4\sqrt{x} + \ln x + C.$

D. $4\sqrt{x} - \ln x + C.$

» Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (\tan x + \cot x)^2$ là

A. $2x + \tan x - \cot x + C.$

B. $2x + \tan x + \cot x + C.$

C. $\tan x - \cot x + C.$

D. $\tan x + \cot x + C.$

» Câu 6. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x-1)^2$?

A. $F(x) = x^3 - x^2 + x + C.$

B. $F(x) = x^3 + x^2 + x + C.$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + x + C.$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + x + C.$

» Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2x - 3e^x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) = 2x + 3e^x + 2.$

B. $f(x) = x^2 + 3e^x + 2.$

C. $f(x) = 2x - 3e^x + 8.$

D. $f(x) = x^2 - 3e^x + 8.$

» Câu 8. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x\sqrt{x}$ trên $(0; +\infty)$ và $F(1) = 5$. Giá trị của $F(4)$ bằng

A. 70.

B. 35.

C. 67.

D. 69.

» Câu 9. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x$ và $F(1) = \frac{1}{\ln 2}$. Giá trị của

$$F\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \ln 2$$
 bằng

A. 3.

B. 7.

C. 5.

D. 9.

» **Câu 10.** Giả sử một chất điểm chuyển động với gia tốc tại thời điểm t (giây) được xác định bởi công thức $a(t) = 2t - 1$ (m/s²). Biết rằng vận tốc của chất điểm tại thời điểm ban đầu là $v_0 = 2$ (m/s). Vận tốc của chất điểm đó tại thời điểm t (giây) là

A. $v(t) = 2t^2 - t + 2$ (m/s).

B. $v(t) = t^2 - t + 2$ (m/s).

C. $v(t) = 2t^2 - t$ (m/s).

D. $v(t) = t^2 - t$ (m/s).

» **Câu 11.** Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x)dx = 6$ và $\int_1^5 f(x)dx = 20$ thì giá trị của $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

A. -14.

B. 26.

C. 14.

D. 28.

» **Câu 12.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Nếu $\int_{-1}^4 f(x)dx = 2$ thì giá trị của $\int_{-1}^4 [4 - 3f(x)]dx$ bằng

A. -2.

B. 14.

C. 5.

D. -4.

» **Câu 13.** Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $\int_1^2 [f(x) + 3g(x)]dx = 9$ và

$\int_1^2 [5f(x) - 2g(x)]dx = 11$. Giá trị của $\int_1^2 f(x)dx$ là

A. 3.

B. 2.

C. 6.

D. 4.

» **Câu 14.** Giá trị của $\int_1^4 \frac{x+1}{\sqrt{x}}dx$ bằng

A. 12.

B. 6.

C. $\frac{20}{3}$.

D. $\frac{28}{3}$.

» **Câu 15.** Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(2\sin x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$ bằng

A. $2\sqrt{3} - 1$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $2 + \sqrt{3}$.

D. $1 + \sqrt{3}$.

» **Câu 16.** Giá trị của $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cot^2 x dx$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{6}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{3}$.

» **Câu 17.** Biết rằng $\int_0^1 \frac{2e^{2x} + 3}{e^x} dx = \frac{m.e^2 + n.e + p}{e}$ (với $m, n, p \in \mathbb{Z}$). Khi đó $m + 2n - p$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 1.

D. 7.

» **Câu 18.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 8x - 3 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Khi đó giá trị của $\int_{-2}^2 f(x)dx$ bằng

A. 0.

B. 24.

C. -12.

D. -6.

» **Câu 19.** Giá trị của $\int_1^4 (|x-2| + |x-3|)dx$ bằng

A. 3.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

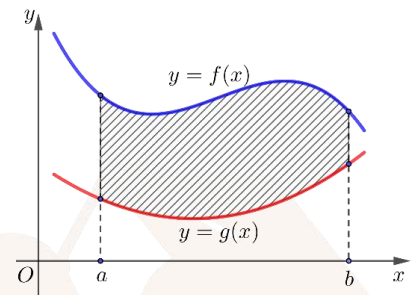
» **Câu 20.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;3]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=1, x=3$ là

A. $S = \int_1^3 |f(x)| dx$. B. $S = \int_1^3 f(x) dx$. C. $S = -\int_1^3 f(x) dx$. D. $S = \int_3^1 |f(x)| dx$.

» **Câu 21.** Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1, x=2$ quanh trục hoành là

A. $V = \int_{-1}^2 (x+1)^2 dx$. B. $V = \pi \int_{-1}^2 (x+1)^2 dx$.
C. $V = \int_{-1}^2 |x+1| dx$. D. $V = \pi \int_{-1}^2 |x+1| dx$.

» **Câu 22.** Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục thành trên đoạn $[a;b]$ và có đồ thị như hình bên dưới. Xét khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x=a, x=b$ quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay đó được tính bởi công thức nào dưới đây?



A. $V = \pi \int_a^b [g^2(x) - f^2(x)] dx$. B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$.
C. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$. D. $V = \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

» **Câu 23.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = e^x, y = -5$ và hai đường thẳng $x=0, x=4$ bằng

A. $S = \int_0^4 (e^x + 5) dx$. B. $S = \int_0^4 (e^x - 5) dx$. C. $S = \pi \int_0^4 (e^x + 5) dx$. D. $S = \pi \int_0^4 (e^x + 5)^2 dx$.

» **Câu 24.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-2; x=3$ là

A. $\frac{27}{4}$. B. $\frac{11}{4}$. C. $\frac{75}{4}$. D. 12.

» **Câu 25.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{3}$ bằng

A. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. D. $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

» **Câu 26.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = f(x) = x^2 - 1$, trục tung và tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(-1;0)$ bằng

A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

» **Câu 27.** Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ và trục hoành quanh trục hoành bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{4\pi}{3}$.

C. $\frac{16}{15}$.

D. $\frac{16\pi}{15}$.

» **Câu 28.** Cho một vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = -1$ và $x = 1$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x ($-1 \leq x \leq 1$) cắt vật thể đó theo một mặt cắt là hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{1-x^4}$. Thể tích của vật thể đó bằng

A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{4\pi}{5}$.

C. $\frac{8}{5}$.

D. $\frac{8\pi}{5}$.

» **Câu 29.** Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = a$ ($a > 0$). Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = b$ ($b > 0$). Biết $S_2 = 5S_1 + 4$, khi đó $b - a$ bằng

A. $\ln 5$.

B. $-\ln 5$.

C. 5 .

D. -5 .

» **Câu 30.** Vi khuẩn *E.coli* sống chủ yếu ở đường ruột và có số lượng lớn nhất trong hệ vi sinh vật của cơ thể. Một quần thể vi khuẩn *E.coli* được quan sát trong điều kiện thích hợp, có tốc độ sinh trưởng được cho bởi hàm số:

$$f(t) = 480 \cdot 2^t \ln 2.$$

Trong đó t tính bằng giờ ($t > 0$), $f(t)$ tính bằng cá thể/giờ

(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage).

Biết tại thời điểm bắt đầu quan sát, số lượng cá thể được ước tính một cách chính xác khoảng 480 cá thể. Hàm số biểu thị số lượng cá thể theo thời gian t là:

A. $F(t) = 480 \cdot 2^t + \ln 2$.

B. $F(t) = 480 \cdot 2^t$.

C. $F(t) = 480 \cdot \frac{2^t}{\ln 2}$.

D. $F(t) = 480 \cdot \frac{2^t}{\ln 2} + C$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 31.** Cho hàm số $f(x) = -4x + 3$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(2) = -5$.		
(b)	$F(x) = -2x^2 + 3x$ là một nguyên hàm của $f(x)$.		
(c)	Nếu $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $G(1) = 2$ thì $G(2) = -1$.		
(d)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(-x)$ là một nguyên hàm của $f(-x)$.		

» **Câu 32.** Cho hàm số $f(x) = 2\cos x$ và $g(x) = 2\sin^2 \frac{x}{2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int f(x) dx = 2\sin x + C$		
(b)	$\int g(x) dx = -\cos x + C$		
(c)	$\int [f(x) + g(x)] dx = x + \sin x + C$		
(d)	$\int \frac{f(x)}{g(x)-1} dx = 2x + C$ (biết x thoả mãn $g(x) \neq 1$)		

» **Câu 33.** Cho hàm số $f(x) = 3^x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int f(x) dx = 3^x \ln 3 + C$		
(b)	$\int [f(x) - e^x] dx = \frac{3^x}{\ln 3} - e^x + C$		
(c)	$\int f(x) \cdot e^x dx = \frac{3^x \cdot e^x}{1 + \ln 3} + C$		
(d)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(\log_3 5) = \sqrt{5}$.		

» **Câu 34.** Cho hàm số $f(x) = |x - 1|$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Trên khoảng $(1; +\infty)$, một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = \frac{x^2}{2} - x + 2$.		
(b)	Trên khoảng $(-\infty; 1)$, một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $G(x) = \frac{x^2}{2} - x - 1$.		
(c)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(2) = 3$ thì $F(4) = 7$.		
(d)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1$ thì $F(-2) + F(4) = 4$.		

» **Câu 35.** Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ có đạo hàm $f'(x)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int_{-1}^2 f'(x) dx = 3$		
(b)	$\int_0^1 f(x) dx = 7$		
(c)	$\int_0^2 3f(x) dx = 42$		
(d)	$\int_0^1 xf(x) dx = \frac{31}{12}$		

» **Câu 36.** Cho hai hàm số $f(x) = e^x$ và $g(x) = 2e^x - 3$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int_0^{\ln 2} g(x) dx = 2 - 3 \ln 2$		
(b)	$2 \int_0^2 f(x) dx = 3 + \int_0^2 g(x) dx$		
(c)	$\int_2^7 [2f(x) - g(x)] dx = -15$		

(d) Nếu $\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx = a.e^2 + b.e + c$ (với a, b, c là các số nguyên) thì $a + b + c = 0$.

» Câu 37. Cho hàm số $f(x) = x \sin x$ có đạo hàm là $f'(x)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2f'(x) dx = \pi$		
(b)	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f'(x) - \sin x] dx = \frac{\pi}{2}$		
(c)	$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(x)}{\sin x} dx = \frac{5\pi}{72}$		
(d)	$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2}{[f(x)]^2} dx = 1$		

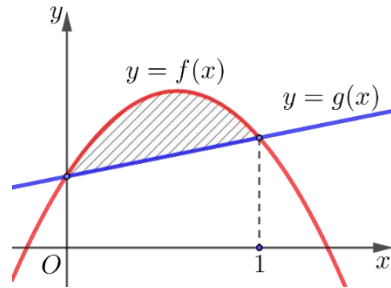
» Câu 38. Trên khoảng $(0; +\infty)$ cho hàm số $f(x) = \frac{1-3\sqrt{x}}{x}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int_1^4 f'(x) dx = \frac{3}{4}$		
(b)	$\int_1^4 f(x) dx = -6 + \ln 4$		
(c)	$\int_1^4 xf(x) dx = 11$		
(d)	$\int_1^4 [f'(x) + 2x \cdot f(x)] dx = \frac{91}{4}$		

» Câu 39. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s) trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 12 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t)$ và gia tốc là $a = -8$ (m/s²) cho đến khi dừng hẳn. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 144m.		
(b)	Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là 24m/s.		
(c)	Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 3 giây.		
(d)	Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 168m.		

» **Câu 40.** Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và có đồ thị như hình bên dưới. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$.

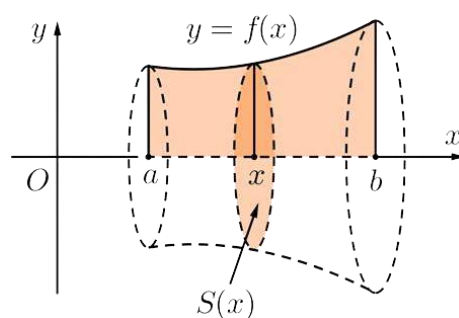


	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ là $S = \int_0^1 f(x) dx$.		
(b)	Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ quanh trục hoành là $V = \int_0^1 f^2(x) dx$.		
(c)	Diện tích hình phẳng (H) là $V = \int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$.		
(d)	Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox là $V = \pi \int_0^1 [f^2(x) - g^2(x)] dx$.		

» **Câu 41.** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = 6$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Diện tích hình phẳng (H) là $S = 4 + \ln 3$.		
(b)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = 6$ là $S = 2 \ln 3$.		
(c)	Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh trục Ox là $V = \frac{(13 + 6 \ln 3)\pi}{3}$.		
(d)	Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 1, x = 2, x = 6$ quanh trục Ox là $V = \frac{1 + 6 \ln 3}{3}$.		

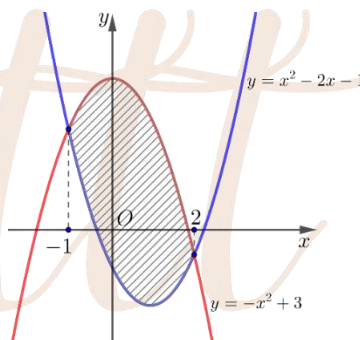
» **Câu 42.** Cho vật thể tròn xoay như hình vẽ



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vật thể tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .		
(b)	Vật thể tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .		
(c)	Thể tích vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.		
(d)	Thể tích vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.		

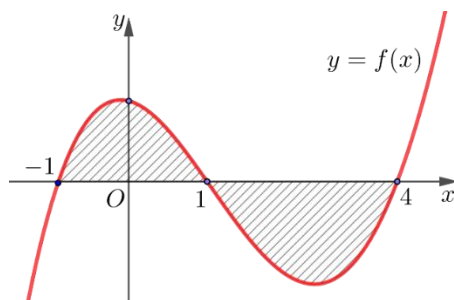
» Câu 43. Cho hình phẳng (H) là phần tô đậm trong hình bên dưới.



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1, y = -x^2 + 3$ và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$.		
(b)	Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^2 (-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1) dx$.		
(c)	Diện tích hình phẳng (H) là $S = 2 \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx$.		
(d)	Nếu $\ln S = a \ln b$ (với a, b là các số nguyên tố) thì $a^2 + b^2 = 29$.		

» Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = -1, x = 4$. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Diện tích S của hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^4 f(x) dx$.		
(b)	Diện tích S của hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.		
(c)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(1) > F(-1) > F(4)$.		
(d)	Thể tích vật thể được tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \int_{-1}^4 [f(x)]^2 dx$.		

» **Câu 45.** Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hàng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số

$$Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$$

Trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ

(nguồn: Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage).

Sau 2h đã có 500 người có mặt. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$		
(b)	Sau 5h lượng khách tham quan là 1325 người		
(c)	Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.		
(d)	Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 46.** Biết hàm số $F(x) = \frac{2x^2 - 3x + 6}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2}$ (với a, b, c là các số thực). Khi đó giá trị $a + b - c$ bằng

✓ Trả lời:

» **Câu 47.** Biết hàm số $F(x) = a \sin x + b \cos x$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x - \cos x$. Khi đó giá trị của $a + 2b$ bằng

✓ Trả lời:

» **Câu 48.** Tích phân $\int_0^1 \frac{3^{x-2}}{2^{2x}} dx$ có giá trị bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phân mười)?

✓ Trả lời:

- » **Câu 49.** Một ô tô đang chạy với vận tốc $17,5 \text{ m/s}$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động với vận tốc $v(t) = \frac{35}{2} - \frac{7}{2}t \text{ (m/s)}$, trong đó t (tính bằng giây) là thời gian kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét? *Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.*

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 50.** Một vật chuyển động với vận tốc được tính theo thời gian theo công thức $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 2 \\ 4 & \text{khi } t > 2 \end{cases}$ (t tính bằng giây, v tính bằng m/s). Quãng đường mà vật dịch chuyển được trong vòng 4 giây đầu tiên bằng bao nhiêu m ?

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 51.** Giả sử lợi nhuận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của một loại sản phẩm của nhà máy được tính theo công thức $P'(x) = 18 - 0,04x$. Trong đó $P(x)$ (tính bằng triệu đồng) là lợi nhuận thu được khi bán x tấn sản phẩm. Chênh lệch lợi nhuận khi bán 100 tấn sản phẩm so với khi bán 50 tấn sản phẩm là bao nhiêu triệu đồng?

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 52.** Một bồn chứa nước bị rò rỉ với tốc độ nước chảy vào thời điểm t phút được cho bởi công thức $V'(t) = 160 - 2t$ (lít/phút). Biết rằng $V(t)$ (tính bằng lít) là thể tích nước trong bồn tại thời điểm t phút. Thể tích nước chảy ra khỏi bồn trong 15 phút đầu tiên kể từ khi nước bị rò rỉ bằng bao nhiêu lít?

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 53.** Tại một địa điểm, trong khoảng thời gian 12 giờ nhiệt độ tại thời điểm t (tính bằng giờ kể từ lúc bắt đầu) là $T(t) = 47 + 4t - \frac{1}{3}t^2$ ($^{\circ}\text{C}$). Nhiệt độ trung bình trong khoảng thời gian đó bằng bao nhiêu độ C?

✓ **Trả lời:**

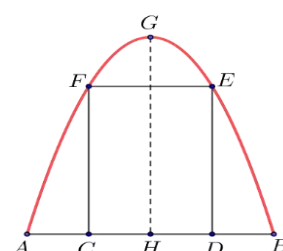
- » **Câu 54.** Giả sử anh Nam nhảy dù từ một chiếc trực thăng. Vào thời điểm 19 giây sau khi rời khỏi trực thăng, anh Nam mở chiếc dù của mình trong 2 giây, anh Nam chạm đất sau 19 giây kể từ lúc bung dù. Tại thời điểm t (giây), vị trí của anh Nam cách mặt đất một khoảng $h(t)$ mét và vận tốc rơi của anh Nam (tính bằng m/s) là một hàm số được cho bởi công thức

$$v(t) = h'(t) = \begin{cases} -80 & \text{khi } 0 \leq t < 19 \\ 37t - 783 & \text{khi } 19 \leq t < 21 \\ -6 & \text{khi } 21 \leq t \leq 40. \end{cases}$$

Độ cao vị trí của anh Nam khi bắt đầu nhảy ra khỏi trực thăng bằng bao nhiêu m?

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 55.** Một cánh cổng của một tòa nhà có dạng parabol gồm hai phần: phần hai cánh cửa hình chữ nhật $CDEF$, còn lại là phần xiên hoa trang trí (hình vẽ). Biết rằng $GH = 4\text{m}$, $AB = 4\text{m}$ và $AC = BD = 0,9\text{m}$. Diện tích phần cổng làm xiên hoa trang trí (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu mét vuông?



✓ Trả lời:

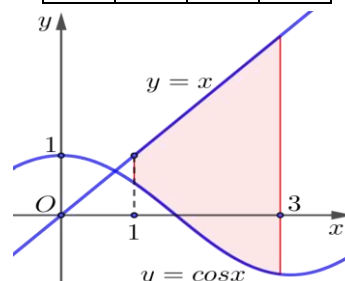
--	--	--	--

» **Câu 56.** Một chi tiết máy được thiết kế bằng cách quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 5$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = 4$ quanh trục hoành. Biết đơn vị trên các trục tọa độ là centimét. Thể tích của chi tiết máy đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) bằng bao nhiêu centimét khối?

✓ Trả lời:

--	--	--	--

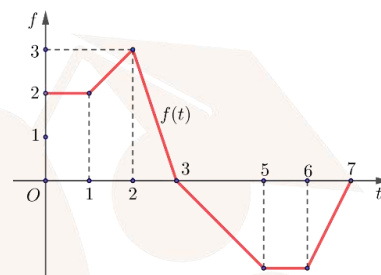
» **Câu 57.** Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$ và hình phẳng được tô màu như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng đó (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười).



✓ Trả lời:

--	--	--	--

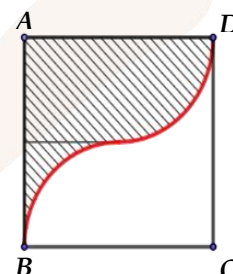
» **Câu 58.** Cho $g(x) = \int_0^x f(t) dt$, ($0 \leq x \leq 7$) trong đó $f(t)$ là hàm số có đồ thị như hình vẽ. Tính $g(3)$



✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 59.** Một vật trang trí có dạng là khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình bên) quanh trục AB . Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là các trung điểm các cạnh BC, AD . Thể tích của vật trang trí đó (làm tròn đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu centimét khối? (Trích đề Minh họa tốt nghiệp THPT năm 2024)



✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 60.** Lượng mưa theo giờ, tính bằng inch/giờ, ở hai địa điểm khác nhau sau t giờ khi bão đổ bộ, được cho bởi các hàm số $f(t) = 0,73t^3 - 2t^2 + t + 0,6$ và $g(t) = 0,17t^2 - 0,5t + 1,1$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đã cho và hai đường thẳng $t = 0, t = 2$, từ đó tính sự chênh lệch lượng mưa ở hai địa điểm khác nhau sau 2 giờ.

✓ Trả lời:

--	--	--	--

----- HẾT -----



ĐỀ ĐÁNH GIÁ CHỦ ĐỀ 04

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN & ỨNG DỤNG

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:.....

SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là

- A. $x^2 + 5x + C$. B. $2x^2 + 5x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $x^2 + C$.

» **Câu 2.** Tích phân $\int_a^b x dx$ có giá trị bằng.

- A. $b - a$. B. $\frac{b - a}{2}$. C. $\frac{b^2 - a^2}{2}$. D. $\frac{b^2 + a^2}{2}$.

» **Câu 3.** Biết $I = \int_0^a (2x - 4) dx = -4$. Khi đó a nhận giá trị bằng

- A. $a = -4$. B. $a = 4$. C. $a = -2$. D. $a = 2$.

» **Câu 4.** Biết hàm số $f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $f'(x) = 2x + 3$ và $f(0) = 1$. Tính $f(2)$ là

- A. 11. B. 9. C. 10. D. 7.

» **Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $[0; 3]$. Biết $f(3) = 0$ và $f(0) = 3$. Giá trị của $I = \int_0^3 f'(x) dx$ bằng

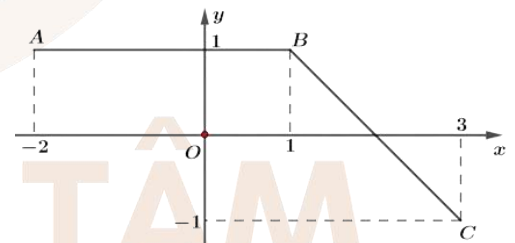
- A. -3. B. 3. C. 0. D. $-\frac{1}{3}$.

» **Câu 6.** Tìm số thực m sao cho $\int_1^m (x^2 - 2x + 5) dx = \frac{32}{3}$. Khi đó a nhận giá trị bằng

- A. $m = 4$. B. $m = 5$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.

» **Câu 7.** Đường gấp khúc ABC trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Tích phân $\int_{-2}^3 f(x) dx$ bằng

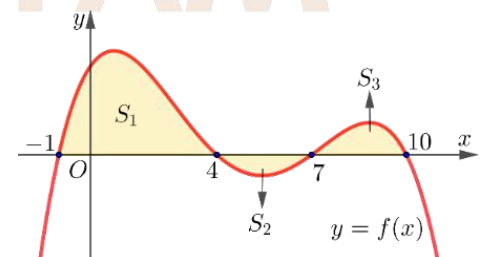
- A. 4. B. $\frac{9}{2}$.
C. $\frac{7}{2}$. D. 3.



» **Câu 8.** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ biết rằng $S_1 = 21$

(đvdt) và $S_2 = 16$ (đvdt) và $\int_{-1}^{10} f(x) dx = 16$. Tính S_3 .

- A. 11. B. 12.
C. 8. D. 9.



» **Câu 9.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

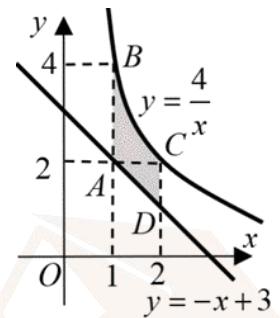
- A. $\frac{2}{3}$. B. 1. C. 2. D. 7.

» **Câu 10.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 1 \\ 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x) dx$.

- A. $\int_0^2 f(x) dx = \frac{5}{2}$. B. $\int_0^2 f(x) dx = 2$. C. $\int_0^2 f(x) dx = 4$. D. $\int_0^2 f(x) dx = \frac{3}{2}$.

» **Câu 11.** Hình thang cong $ABCD$ ở hình vẽ có diện tích bằng.

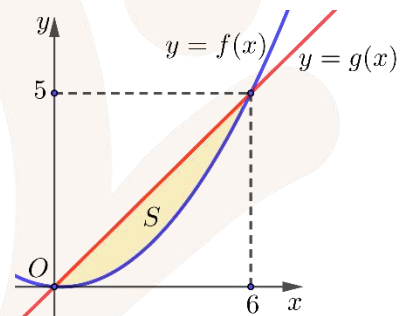
- A. $\int_1^2 \left(\frac{4}{x} - x + 3 \right) dx$.
B. $\int_1^2 \left(\frac{4}{x} + x - 3 \right) dx$.
C. $\int_1^2 \left(\frac{4}{x} - x - 3 \right) dx$.
D. $\int_2^4 \left(\frac{4}{x} + x + 3 \right) dx$.



» **Câu 12.** Đường cong $(C): y = f(x)$ cắt đường thẳng $d: y = mx$ tại hai điểm phân biệt như hình bên. Biết rằng $\int_0^6 f(x) dx = 7$.

Diện tích miền được tô đậm bằng

- A. 7.
B. 8.
C. 6.
D. 10.



B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x + 5$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 3$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int (x^3 - 4x + 5) dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 5x + C$		
(b)	$F(0) = 2$		
(c)	$\int [f(x) + f'(x)] dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - 2x^2 + 9x + C$		
(d)	$\int f(x+1) dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$		

» **Câu 14.** Cho hai hàm số $f(x) = x^3$ và $g(x) = 4x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int f(x) dx = \frac{1}{4}x^4 + C$		

(b)	$\int f(x) \cdot g(x) dx = \frac{x^6}{2} + C$		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$, $y = f(x)$ bằng $\frac{15}{4}$		
(d)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $g(x)$ được tính theo công thức $S = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx$		

» Câu 15. Cho tích phân $I = \int_{-2}^1 |4x-1| dx$. Khi đó:

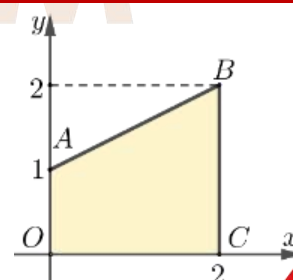
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tích phân $I = \int_{-2}^{\frac{1}{4}} (4x-1) dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 (4x-1) dx$.		
(b)	Giá trị của tích phân $I = \frac{45}{4}$.		
(c)	Tích phân $I = \left \int_{-2}^1 (4x-1) dx \right $.		
(d)	Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị: $y = 4x-1$; $y = 0$; $x = -2$; $x = 1$. Khi đó $S = I $.		

» Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 1 \\ 2x^2 - 8x + 8 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục hoành. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đồ thị hàm số và trục Ox có hai điểm chung		
(b)	$\int_{-2}^2 f(x) dx = -\frac{7}{3}$		
(c)	Diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{5}{2}$		
(d)	Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox bằng $\frac{5\pi}{3}$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình thang $OABC$ có $A(0;1)$, $B(2;2)$ và $C(2;0)$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang $OABC$ quanh trục Ox . Viết kết quả làm tròn đến hàng phần chục.



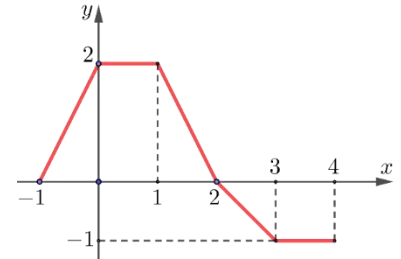
✓ Trả lời:

--	--	--	--

- » **Câu 18.** Một chiếc cốc chứa nước ở 95°C được đặt trong phòng có nhiệt độ 20°C . Theo định luật làm mát của Newton, nhiệt độ của nước trong cốc sau t phút (xem $t=0$ là thời điểm nước ở 95°C) là một hàm số $T(t)$. Tốc độ giảm nhiệt độ của nước trong cốc tại thời điểm t phút được xác định bởi $T'(t) = -\frac{3}{2}e^{-\frac{t}{50}}$ ($^{\circ}\text{C}/\text{phút}$). Nhiệt độ của nước tại thời điểm $t=30$ phút là bao nhiêu $^{\circ}\text{C}$. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

✓ Trả lời:

- » **Câu 19.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1; 4]$ như hình vẽ bên. Tính tích phân $I = \int_{-1}^4 f(x) dx$.



✓ Trả lời:

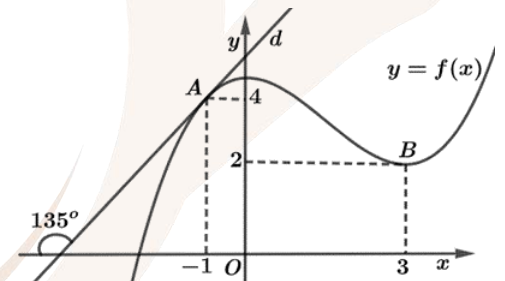
- » **Câu 20.** Tốc độ $v(\text{m/s})$ của một thang máy di chuyển từ tầng 1 lên tầng cao nhất theo thời gian t (giây) được cho bởi công thức:

$$v(t) = \begin{cases} t & \text{khi } 0 \leq t \leq 2 \\ 2 & \text{khi } 2 < t \leq 20 \\ 12 - 0,5t & \text{khi } 20 < t \leq 24 \end{cases}$$

Tốc độ trung bình của thang máy là bao nhiêu m/s? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

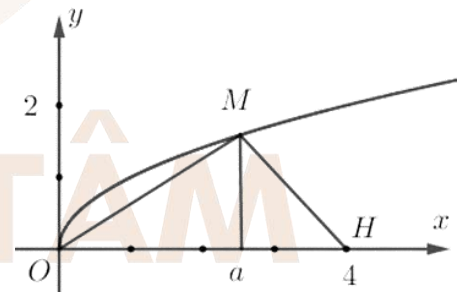
✓ Trả lời:

- » **Câu 21.** Cho $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Đường thẳng d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(-1; 4)$, điểm $B(3; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Tính $\int_{-1}^3 2 \cdot f'(x) \cdot f''(x) dx - \int_{-1}^3 f'(x) dx$.



✓ Trả lời:

- » **Câu 22.** Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ dưới). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Khi đó a bằng bao nhiêu?



✓ Trả lời:

----- Hết -----

Chủ Đề

05

THỐNG KÊ

A

Kiến thức cơ bản

1. Mẫu số liệu không ghép nhóm



Các số đặc trưng

♻ Giả sử ta có một mẫu số liệu là $x_1, x_2, \dots, x_n$.

» Cỡ mẫu của dãy số liệu trên là n .

» Số trung bình của mẫu số liệu này, được tính bởi công thức: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$.

» Phương sai của mẫu số liệu này, kí hiệu S^2 , được tính bởi công thức:

$$S^2 = \frac{1}{n} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right] = \frac{1}{n} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - \bar{x}^2.$$

» Độ lệch chuẩn, kí hiệu là S , là căn bậc hai của phương sai

♻ Giả sử mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số

Giá trị	x_1	x_2		x_k
Tần số	n_1	n_2		n_k

» Cỡ mẫu của dãy số liệu trên là $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

» Số trung bình được tính bởi công thức: $\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n}$.

» Phương sai được tính bởi công thức:

$$S^2 = \frac{1}{n} \left[n_1 (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k (x_k - \bar{x})^2 \right] = \frac{1}{n} (n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \dots + n_k x_k^2) - \bar{x}^2.$$

♻ **Chú ý:** Kí hiệu $f_k = \frac{n_k}{n}$ là tần số tương đối (hay tần suất) của x_k trong mẫu số liệu.

» Số trung bình còn có thể biểu diễn là $\bar{x} = f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k$.

» Một là giá trị có tần số lớn nhất của mẫu số liệu. Một mẫu số liệu có thể không có một, có một một hoặc có nhiều một.



Khoảng biến thiên – tứ phân vị

Sắp xếp lại mẫu số liệu $x_1, x_2, \dots, x_n$ theo thứ tự không giảm, ta được dãy $x_1^* \leq x_2^* \leq \dots \leq x_n^*$.

» *Khoảng biến thiên* của mẫu số liệu là: $R = x_n^* - x_1^*$.

» *Số trung vị* của mẫu số liệu $x_1, x_2, \dots, x_n$ là giá trị ở chính giữa dãy $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$.

Cụ thể:

⊙ Nếu $n = 2k + 1, k \in \mathbb{N}$, thì số trung vị mẫu là x_{k+1}^* .

⊙ Nếu $n = 2k, k \in \mathbb{N}$, thì số trung vị mẫu là $\frac{1}{2}(x_k^* + x_{k+1}^*)$.

» *Tứ phân vị* của một mẫu số liệu gồm 3 giá trị, đó là *tứ phân vị thứ nhất, thứ hai và thứ ba* (kí hiệu là Q_1, Q_2, Q_3). Ba giá trị này chia tập hợp dữ liệu đã sắp xếp thành bốn phần đều nhau. Cụ thể:

⊙ Giá trị tứ phân vị thứ hai, Q_2 , chính là số *trung vị* của mẫu.

⊙ Giá trị tứ phân vị thứ nhất, Q_1 ,

là số *trung vị* của số liệu sắp xếp *bên trái* Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu $n \neq 2$).

⊙ Giá trị tứ phân vị thứ ba, Q_3 ,

là số *trung vị* của số liệu sắp xếp *bên phải* Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu $n \neq 2$).

» *Khoảng tứ phân vị* là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

» Một giá trị của mẫu số liệu được gọi là *giá trị ngoại lệ* hay *giá trị bất thường* nếu nó nhỏ hơn $Q_1 - 1,5\Delta_Q$ hoặc lớn hơn $Q_3 + 1,5\Delta_Q$.

TOÁN TỪ TÂM

2. Mẫu số liệu ghép nhóm (MSLGN)

**Các số đặc trưng**

MSLGN thường được trình bày dưới dạng bảng tần số ghép nhóm có dạng như dưới đây. Giá trị chính giữa mỗi nhóm được dùng làm cho giá trị đại diện cho nhóm đó.

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_2; u_3)$		$[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2		c_k
Tần số	n_1	n_2		n_k

» Cỡ mẫu của dãy số liệu trên là $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

» Số trung bình của MSLGN: $\bar{x} = \frac{n_1 c_1 + n_2 c_2 + \dots + n_k c_k}{n}$,

» Phương sai của MSLGN:

$$S^2 = \frac{1}{n} \left[n_1 (c_1 - \bar{x})^2 + n_2 (c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k (c_k - \bar{x})^2 \right] = \frac{1}{n} (n_1 c_1^2 + n_2 c_2^2 + \dots + n_k c_k^2) - \bar{x}^2.$$

» Nhóm chứa một của MSLGN là nhóm có tần số lớn nhất.

» Một của MSLGN được dùng đại diện cho giá trị có tần số xuất hiện cao nhất.

Giả sử nhóm chứa một là $[u_m; u_{m+1})$, khi đó một của MSLGN, kí hiệu M_0 , được xác định

bởi công thức:
$$M_0 = u_m + \frac{n_m - n_{m-1}}{(n_m - n_{m-1}) + (n_m - n_{m+1})} (u_{m+1} - u_m)$$

🔄 Chú ý: Nếu không có nhóm kề trước của nhóm chứa một thì $n_{m-1} = 0$. Ngược lại, nếu không có nhóm kề sau của nhóm chứa một thì $n_{m+1} = 0$.

» Một mẫu số liệu có thể có nhiều nhóm chứa một và có nhiều một.

TOÁN TỪ TÂM



Khoảng biến thiên – tứ phân vị

» Khoảng biến thiên, kí hiệu R , của MSLGN là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên có chứa dữ liệu của mẫu số liệu. Nếu n_1 và n_k cùng khác 0 thì $R = u_{k+1} - u_1$.

» Tứ phân vị thứ i , kí hiệu Q_i , với $i = 1, 2, 3$ của MSGLN được xác định như sau:

$$Q_i = u_m + \frac{\frac{in}{4} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m)$$

Trong đó:

- $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ là cỡ mẫu.
- $[u_m; u_{m+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ i .
- n_m là tần số nhóm chứa tứ phân vị thứ i .
- $C = n_1 + n_2 + \dots + n_{m-1}$

» Tứ phân vị thứ hai Q_2 , chính là trung vị M_e của mẫu số liệu ghép nhóm.

» Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

» Một giá trị của mẫu số liệu ghép nhóm được gọi là giá trị ngoại lệ hay giá trị bất thường nếu nó nhỏ hơn $Q_1 - 1,5\Delta_Q$ hoặc lớn hơn $Q_3 + 1,5\Delta_Q$.

Chú ý: Nếu tứ phân vị thứ k là $\frac{1}{2}(x_m + x_{m+1})$, trong đó x_m và x_{m+1} thuộc hai nhóm liên tiếp, chẳng hạn $x_m \in [u_{j-1}; u_j)$ và $x_{m+1} \in [u_j; u_{j+1})$ thì $Q_k = u_j$.

TOÁN TỪ TÂM

B**BÀI TẬP TIÊU BIỂU****A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm****Ví dụ 5.1.**

Một mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 25 thì có độ lệch chuẩn bằng:

(A). 4**(B).** 5**(C).** 256**(D).** 50*✎ Lời giải***Ví dụ 5.2.**

Nhiệt độ trong 55 ngày ở một địa phương được cho trong bảng ghép lớn sau:

Nhiệt độ °C	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)	[34;37)
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất nằm trong khoảng:

(A). (2;3)**(B).** (3;4)**(C).** (4;5)**(D).** (5;6)*✎ Lời giải***Ví dụ 5.3.**

Số tiết tự học tại nhà (tiết/tuần) của 20 học sinh lớp 10 trường THPT A được ghi lại như sau:

9 15 11 12 16 12 10 14 14 15 16 13 16 8 9 11 10 12 18 18

Độ lệch chuẩn là:

(A). 2,49**(B).** 2,99**(C).** 2,94**(D).** 2,90*✎ Lời giải*

Ví dụ 5.4.

Khảo sát thời gian chơi thể thao trong ngày của 42 học sinh được cho trong bảng sau (thời gian đơn vị phút):

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Phương sai của mẫu số liệu (được làm tròn đến hàng đơn vị) là:

- ☐ A. 598
 ☐ B. 597
 ☐ C. 2477,1
 ☐ D. 256,2

Lời giải

Ví dụ 5.5.

Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư (với số tiền đầu tư như nhau), khi đầu tư vào hai lĩnh vực A, B cho kết quả như sau:

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro đầu tư các lĩnh vực có giá trị trung bình tiền lãi gần bằng nhau. Lĩnh vực nào có phương sai, độ lệch chuẩn tiền lãi cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, độ rủi ro của cổ phiếu nào cao hơn?

- ☐ A. Lĩnh vực A có độ rủi ro bằng lĩnh vực B .
☐ B. Lĩnh vực A có độ rủi ro cao hơn lĩnh vực B .
☐ C. Lĩnh vực A có độ rủi ro thấp hơn lĩnh vực B .
☐ D. Không so sánh được.

✎ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai



Ví dụ 5.6.

Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 42 mẫu cây như bảng dưới đây:

Nhóm	$[40; 45)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$	$[60; 65)$	$[65; 70)$	
Tần số	5	10	7	9	7	4	$n = 42$

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Nhóm $[45; 50)$ có tần số tích lũy là 15.		
(b)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 30.		
(c)	Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3n}{4}$ là nhóm $[55; 60)$.		
(d)	Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_3 > 61$		



Ví dụ 5.7.

Thống kê thời gian dùng Facebook trong một ngày của các bạn trong lớp 12C1 được kết quả ghép nhóm như sau:

Thời gian dùng (phút)	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$
Số bạn	15	10	5	2

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giá trị đại diện của nhóm thứ nhất theo chiều từ trái sang phải là 5.		
(b)	Thời gian trung bình dùng Facebook của mỗi bạn trong lớp 12C1 là 12		
(c)	Phương sai của mẫu số liệu trên gần bằng 251.		
(d)	Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là 15.		

Ví dụ 5.8.

Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày).

Nhóm	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$	$[80; 90)$
Tần số	5	8	25	20	2

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).		
(b)	Trung vị của mẫu số liệu trên là 66,8 (nghìn đồng).		
(c)	Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên là 60,8 (nghìn đồng).		
(d)	Mốt của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).		

Ví dụ 5.9.

Kết quả kiểm tra môn Tiếng Anh (cùng đề) của học sinh hai lớp 12A và 12B được cho lần lượt bởi mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1, Bảng 2.

Bảng 1	Nhóm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Tần số		3	5	5	25	2

Bảng 2	Nhóm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Tần số		1	4	15	16	4

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số trung bình cộng của hai mẫu số liệu trên bằng nhau.		
(b)	Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12A nhỏ hơn 2.		
(c)	Phương sai của mẫu số liệu lớp 12B lớn hơn 3.		
(d)	Điểm thi của học sinh lớp 12B đồng đều hơn lớp 12A.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

Ví dụ 5.10.

Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h)

49	42	51	55	45	60	53	55	44	65
52	62	41	44	57	56	68	48	46	53
63	49	54	61	59	57	47	50	60	62
48	52	58	47	60	55	45	47	48	61

Sau khi ghép nhóm mẫu số liệu trên thành sáu nhóm ứng với sáu nửa khoảng:

$$[40; 45), [45; 50), [50; 55), [55; 60), [60; 65), [65; 70)$$

Thì trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm nhận được bằng $\frac{a}{b}$ (km/h) ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản).

Khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?

 **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 5.11.

Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2021 tại Hà Nội (đơn vị: độ C)

Nhóm	$[16,8;19,8)$	$[19,8;22,8)$	$[22,8;25,8)$	$[25,8;28,8)$	$[28,8;31,8)$
Tần số	2	3	2	1	4

(Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022).

Phương sai của mẫu số liệu đó bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

 **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 5.12.

Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	$[19;19,5)$	$[19,5;20)$	$[20;20,5)$	$[20,5;21)$	$[21;21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là một số thập phân xấp xỉ có dạng $\overline{a,b77}$. Tính $a+b$.

 **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 5.13.

Sau khi điều tra về cân nặng của 40 học sinh trong lớp 12A ở một trường THPT X thu được kết quả trong mẫu ghép nhóm. Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Lớp khối lượng (gam)	Tần số
$[30; 40)$	2
$[40; 50)$	10
$[50; 60)$	16
$[60; 70)$	8
$[70; 80)$	2
$[80; 90)$	2
	$n = 40$

✓ Trả lời:

--	--	--	--

✎ Lời giải



Ví dụ 5.14.

Khối lượng (đơn vị: kg) của 20 con cá được cho bởi bảng sau đây:

Lớp khối lượng (kg)	$[0,6; 0,8)$	$[0,8; 1,0)$	$[1,0; 1,2)$	$[1,2; 1,4)$	n
Giá trị đại diện	0,7	0,9	1,1	1,3	
Tần số	4	6	6	4	20

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.

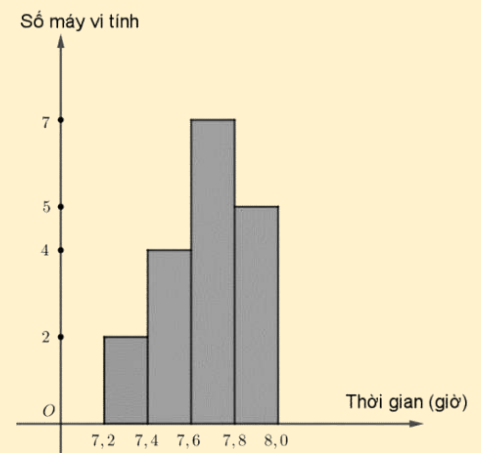
✓ Trả lời:

--	--	--	--

✎ Lời giải


Ví dụ 5.15.

Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên. Xác định phương sai của thời gian sử dụng pin (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)


✓ Trả lời:

✎ Lời giải

TOÁN TỪ TÂM

C

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn bằng 3 thì có phương sai bằng:

A. $s^2 = \sqrt{3}$

B. $s^2 = 3$

C. $s^2 = 9$

D. $s^2 = 6$

» Câu 2. Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số lượng	5	12	23	31	29

Nhóm chứa một nửa của mẫu số liệu này là

A. [20; 40).

B. [40; 60).

C. [60; 80).

D. [80; 100).

♻ Trong giờ học, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA)

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

» Câu 3. Khoảng biến thiên (đơn vị: mA) của mẫu số liệu trên là

A. 25.

B. 5.

C. 30.

D. 10.

» Câu 4. Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 5.

B. 4.

C. 25.

D. 30.

» Câu 5. Trung vị của mẫu số liệu trên là

A. 26,5.

B. 25.

C. 20.

D. 30.

» Câu 6. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 5.

B. 10.

C. 20.

D. 30.

» Câu 7. Phương sai của mẫu số liệu trên là

A. 10.

B. 10,25.

C. 10,5.

D. 10,75.

♻ Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả xoài Thanh Ca được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg)

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

» Câu 8. Khoảng biến thiên (đơn vị: kg) của mẫu số liệu trên là

A. 0,4.

B. 0,5.

C. 0,6.

D. 0,7.

» Câu 9. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. 1,625.

B. 1,8.

C. 1,805.

D. 2,025.

» Câu 10. Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 3.

B. 1,50.

C. 2,10.

D. 1,50 và 2,10.

» Câu 11. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 0,4.

B. 0,5.

C. 0,6.

D. 0,7.

» Câu 12. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên thuộc nửa khoảng

A. [0,2; 0,3).

B. [0,3; 0,4).

C. [0,04; 0,05).

D. [0,03; 0,04).

» Câu 13. Hoàng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Hoàng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
-----------------------------	---------	----------	----------	----------	----------

Số lần	4	6	8	4	3
--------	---	---	---	---	---

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 5,98. B. 6. C. 2,44. D. 2,5.

🔄 Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	[50;52)	[52;54)	[54;56)	[56;58)	[58;60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

» Câu 14. Khoảng biến thiên (đơn vị: km / h) của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 8. B. 10. C. 6. D. 12.

» Câu 15. Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [50;52). B. [52;54). C. [54;56). D. [58;60).

» Câu 16. Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 51. B. 51,33. C. 51,67. D. 51,85.

» Câu 17. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 55,675. B. 52,26. C. 55,74. D. 54,87.

» Câu 18. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần nghìn) là

- A. 6,329. B. 6,328. C. 2,515. D. 2,516.

» Câu 19. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 31,25. B. 31,26. C. 5,4. D. 5,6.

» Câu 20. Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về doanh thu (tỉ USD) của 20 hãng xe ô tô có doanh thu cao nhất thế giới năm 2023.

Nhóm	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)	[300;350)
Tần số	10	3	4	4	1	1

(Nguồn: Business Research Insights, wiki)

Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu đó bằng:

- A. 300. B. 100. C. 275. D. 175.

» Câu 21. Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chi tiêu bình quân (đơn vị: USD) của một lượt khách quốc tế đến Việt Nam phân theo 27 quốc tịch năm 2019.

Nhóm	[0;500)	[500;1000)	[1000;1500)	[1500;2000)	[2000;2500)
Tần số	1	9	14	2	1

(Nguồn: <https://www.gso.gov.vn>)

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó nằm trong khoảng nào dưới đây?

- A. (200;300). B. (300;400). C. (400;500). D. (500;600).

☞ **Bác Hoàng** thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau.



- » **Câu 22.** Khoảng chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là
 A. $[12; 14)$. B. $[14; 16)$. C. $[16; 18)$. D. $[18; 20)$.
- » **Câu 23.** Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là
 A. 16,5. B. 16,6. C. 15,5. D. 15,4.
- » **Câu 24.** Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là
 A. 14,875. B. 14,4375. C. 13,125. D. 13,5625.
- » **Câu 25.** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là
 A. 16,5. B. 16,6. C. 15,5. D. 15,4.
- » **Câu 26.** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần nghìn) là
 A. 24,079. B. 2,215. C. 4,906. D. 4,907.
- » **Câu 27.** Tại trường THPT X, có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Hoá học (thang điểm 20) và có kết quả như sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Phương sai của mẫu số liệu là:

- A. 1,99 B. 3,96 C. 15,68 D. 2,15
- » **Câu 28.** Bộ phận kiểm tra chất lượng sản phẩm dùng máy để đo (chính xác đến 0,001 mm) độ dày của một chi tiết máy. Kết quả đo một số sản phẩm được thống kê trong bảng sau:

Độ dày (mm)	$[18; 19)$	$[19; 20)$	$[20; 21)$	$[21; 22)$	$[22; 23)$
Tần số	3	7	23	25	2

Nhận xét nào sau đây **sai**?

- A. Độ lệch chuẩn của mẫu lớn hơn 2.
 B. Số trung bình của mẫu số liệu gần bằng với 20,77.
 C. Độ dày của chi tiết máy không bị sai lệch nhiều.
 D. Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 60.
- » **Câu 29.** Nhiệt độ trong 55 ngày ở một địa phương được cho trong bảng ghép lớn sau:

Nhiệt độ (°C)	$[19; 22)$	$[22; 25)$	$[25; 28)$	$[28; 31)$	$[31; 34)$	$[34; 37)$
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất nằm trong khoảng:

A. (17;19)

B. (20;21)

C. (19;20)

D. (23;25)

» **Câu 30.** Thời gian truy cập internet mỗi buổi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh được thống kê ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[10,5;12,5)	[12,5;14,5)	[14,5;16,5)	[16,5;18,5)	[18,5;20,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Phương sai của mẫu số liệu trên xấp xỉ bằng:

A. 4,87

B. 2,87

C. 1,87

D. 3,87

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 31.** Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng của một số quả dưa được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: gam).

Nhóm	[1750;1770)	[1770;1790)	[1790;1810)	[1810;1830)	[1830;1850)
Tần số	12	25	38	20	5

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $n=100$.		
(b)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 100 gam.		
(c)	Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_3 = 1830$.		
(d)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 29,6$.		

» **Câu 32.** Khối lượng của 30 củ khoai tây được thu hoạch ở một nông trại được thống kê như bảng sau:

Lớp khối lượng (gam)	Giá trị đại diện	Tần số	Tần số tích lũy
[70;80)	75	3	3
[80;90)	85	6	9
[90;100)	95	12	21
[100;110)	105	6	27
[110;120)	115	3	30
		$n=30$	

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 50.		
(b)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 10.		
(c)	Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 90.		
(d)	Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 120.		

» **Câu 33.** Bảng dưới đây cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê tỉ lệ che phủ rừng (đơn vị: %) của 60 tỉnh, thành phố ở Việt Nam (không bao gồm Hưng Yên, Vĩnh Long, Cần Thơ) tính đến ngày 31/12/2020.

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1

(Nguồn: <https://bandolamnghiep.com>)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----

(a)	Tỉ lệ che phủ rừng trung bình trên một tỉnh, thành phố được thống kê ở trên là lớn hơn 33%.		
(b)	Trung vị của mẫu số liệu trên là 40%.		
(c)	Có 20 tỉnh, thành phố có tỉ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 10%.		
(d)	Mốt của mẫu số liệu trên là 5%.		

» Câu 34. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giá trị đại diện của nhóm [15;16) là 15,5.		
(b)	Số trung bình của mẫu số liệu trên là 16,25.		
(c)	Phương sai của mẫu số liệu trên là 0,9875.		
(d)	Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $\frac{\sqrt{395}}{20}$.		

» Câu 35. Trong giờ thực hành môn Sinh học, các học sinh đo đường kính nhân một tế bào nhiều lần. Kết quả được thống kê lại ở bảng sau:

Đường kính (μm)	[4,5;5,0)	[5,0;5,5)	[5,5;6,0)	[6,0;6,5)
Số lần đo	2	16	20	2

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $n = 50$.		
(b)	Tần số tương đối của nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là 40%.		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 0,45$.		
(d)	Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng (0;0,1)		

» Câu 36. Trong một buổi đi thực tế, một nhóm học sinh đã ước lượng chiều dài thân của một số cá thể cào cào và ghi lại trong bảng số liệu sau (đơn vị: cm)

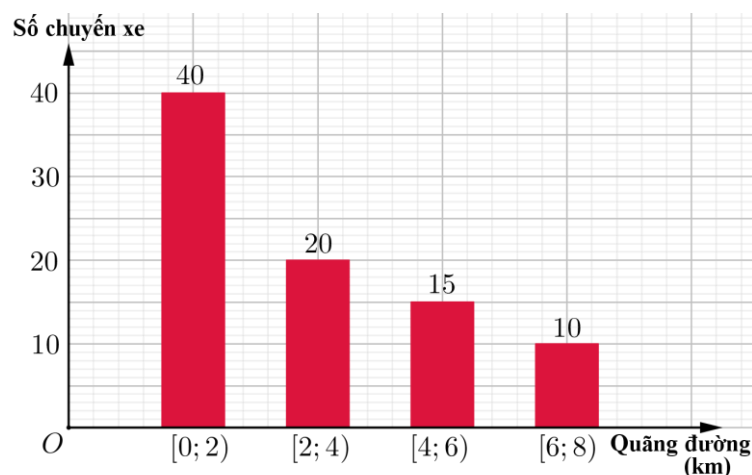
Độ dài (cm)	[3,5;4,5)	[4,5;5,5)	[5,5;6,5)	[6,5;7,5)
Số con	5	18	20	7

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 4cm.		
(b)	Khoảng chứa một chiếm 40% tổng số các giá trị của mẫu.		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 2$.		
(d)	Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng (0,5;1)		

» Câu 37. Một bác tài xế đã thống kê lại quãng đường di chuyển của một số chuyến bác ấy thực hiện trong một tuần ở bảng sau: (đơn vị: km)

Biểu đồ tần số chuyển xe theo quãng đường di chuyển



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bác tài xế đã thống kê lại quãng đường di chuyển của 85 chuyến xe.		
(b)	Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm $[4; 6)$.		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 0,6$.		
(d)	Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị thuộc khoảng $(1; 2)$.		

» **Câu 38.** Huấn luyện viên thống kê thời gian chạy cự li 200 m của hai vận động viên Hoa và Mai trong một đợt huấn luyện ở bảng sau:

Thời gian (giây)	$[23,7; 23,8)$	$[23,8; 23,9)$	$[23,9; 24)$	$[24; 24,1)$	$[24,1; 24,2)$
Số lần chạy của Hoa	11	15	7	0	5
Số lần chạy của Mai	28	18	4	0	0

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên thời gian chạy của hai vận động viên là như nhau.		
(b)	Thành tích trung bình của Hoa đạt dưới 23,9 giây.		
(c)	Nếu so sánh theo số trung bình thì thành tích của Hoa tốt hơn của Mai.		
(d)	Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì Mai có thành tích ổn định hơn Hoa.		

» **Câu 39.** Bạn An và bạn Bình làm thí nghiệm trồng cây. Mỗi bạn trồng 40 cây cần tây trong cốc, phần gốc của các cây khi bắt đầu trồng đều dài 4 cm. Bảng 1 và bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số liệu thống kê chiều cao của các cây (đơn vị: centimét) mà bạn An và bạn Bình trồng sau 5 tuần.

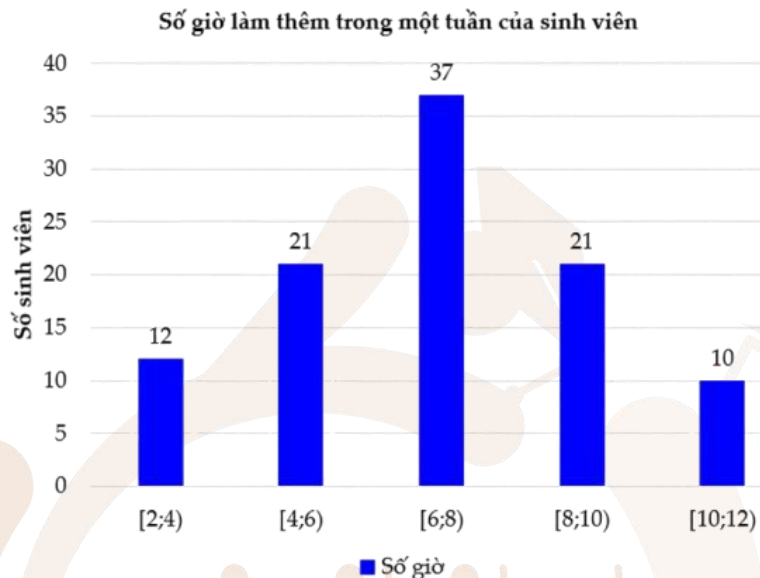
Bảng 1	Nhóm	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$
	Tần số	17	6	3	4
Bảng 2	Nhóm	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$
	Tần số	5	9	25	1

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----

(a)	Chiều cao trung bình của mỗi cây do hai bạn An và Bình trồng không bằng nhau		
(b)	Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu trên là 20		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ở Bảng 1 là 5,5		
(d)	Chiều cao của các cây mà bạn Bình trồng đồng đều hơn các cây mà bạn An trồng.		

» **Câu 40.** Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong 1 tuần của một nhóm sinh viên được cho ở bảng sau:



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 32 sinh viên làm thêm từ 2 giờ đến 4 giờ trong một tuần.		
(b)	Thời gian làm việc trung bình của nhóm sinh viên trong một tuần là 6,94 giờ.		
(c)	Số sinh viên làm thêm trong một tuần xấp xỉ 7,03 giờ là nhiều nhất.		
(d)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho biểu đồ trên xấp xỉ 3,72.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 41.** Bảng dưới đây thống kê nhiệt độ không khí trung bình của các tháng trong năm tại một trạm đo đạc (đơn vị: °C).

Nhiệt độ (°C)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng	3	4	4	1

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

✓ **Trả lời:**

» **Câu 42.** Trong giờ thực hành trải nghiệm môn Toán, một nhóm học sinh thực hành đo chiều cao của một toà nhà trong khu vực (đơn vị: m). Kết quả các lần đo được thống kê lại ở bảng sau.

Chiều cao (m)	[25,1;25,3)	[25,3;25,5)	[25,5;25,7)	[25,7;25,9)
Số lần đo	10	20	6	4

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 43.** Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước sạch mỗi hộ gia đình ở một khu vực sử dụng trong tháng 01/ 2023 ở bảng sau (đơn vị: m^3).

Lượng nước (m^3)	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số hộ gia đình	23	50	35	25	7

Tính tỉ số giữa số trung bình và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên. Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 44.** Bảng dưới đây thống kê lượng điện năng tiêu thụ trong tháng 01/ 2023 của một số hộ gia đình trong một khu tập thể (đơn vị: kWh).

250	250	255	262	266	271	274	279	282	288
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Bạn Tuấn ghép số liệu trên thành 4 nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là [250; 260). Tính hiệu của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc. Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 45.** Bảng dưới đây thống kê giá đóng cửa của một cổ phiếu trong một số ngày giao dịch liên tiếp (đơn vị: nghìn đồng).

95,1	95,8	96,2	95,5	96	97,3	97,3	97,4	91,1	89,5	88,9	89,5
------	------	------	------	----	------	------	------	------	------	------	------

Bạn Hồng ghép số liệu trên thành 4 nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là [88,5; 91). Tính hiệu của khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 46.** Bảng dưới đây cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê chiều dài đường bờ biển (đơn vị: kilômét) của 28 tỉnh, thành phố có giáp biển ở Việt Nam.

Nhóm	[0;100)	[100;200)	[200;300)	[300;400)
Tần số	13	11	3	1

(Nguồn: <https://vi.wikipedia.org>)

Trung vị của mẫu số liệu đó bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 47.** Bảng dưới đây cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê chiều cao (đơn vị: mét) của 40 núi cao nhất Đông Nam Á

Nhóm	[0;100)	[100;200)	[200;300)	[300;400)
Tần số	13	11	3	1

(Nguồn: <https://vi.wikipedia.org>)

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 48.** Trong bài thực hành đo hiệu điện thế của mạch điện, bạn Minh tiến hành đo 12 lần, kết quả như sau:

Hiệu điện thế đo được (V)	[3,85; 3,90)	[3,90; 3,95)	[3,95; 4,00)	[4,00; 4,05)
Số lần đo	2	3	4	2

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

✓ **Trả lời:**

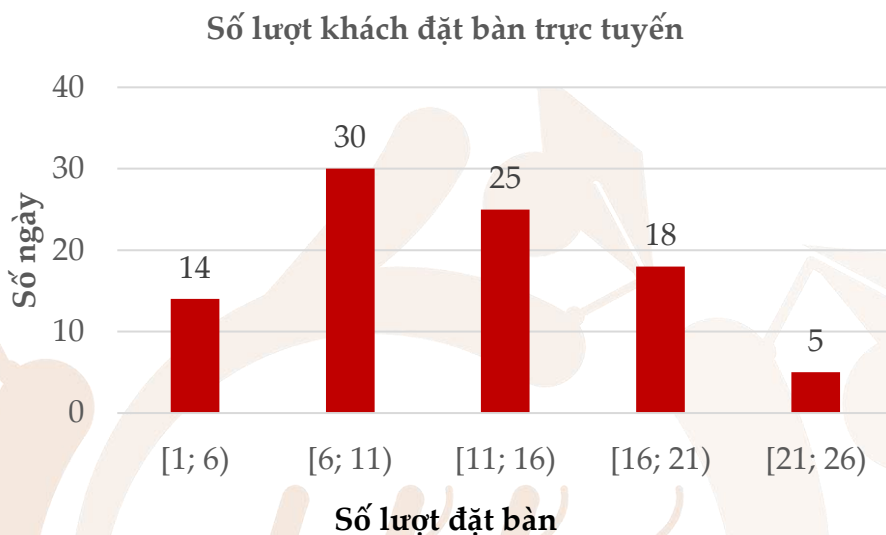
- » **Câu 49.** Thời gian chạy tập luyện cự li 100 mét của một vận động viên được cho trong bảng sau:

Thời gian (giây)	$[10;10,4)$	$[10,4;10,8)$	$[10,8;11,2)$	$[11,2;11,6)$	$[11,6;12,0)$
Số lần chạy	3	8	6	2	1

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

✓ Trả lời:

- » **Câu 50.** Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn; ... Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên. (viết kết quả dưới dạng số thập phân).



✓ Trả lời:

HẾT

TOÁN TỪ TÂM

**ĐỀ ĐÁNH GIÁ CHỦ ĐỀ 05**

THỐNG KÊ

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:.....

SBD:.....

PHẦN ĐỀ**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm**

- » **Câu 1.** Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. $[0; 20)$. B. $[20; 40)$. C. $[40; 60)$. D. $[60; 80)$.

- » **Câu 2.** Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính cm	$[40; 45)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$	$[60; 65)$
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25. B. 30. C. 6. D. 69,8.

- » **Câu 3.** Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được thống kê ở bảng sau:

Thời gian sử dụng	$[7, 2; 7, 4)$	$[7, 4; 7, 6)$	$[7, 6; 7, 8)$	$[7, 8; 8, 0)$
Số máy	2	4	7	6

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 0,192. B. 0,193. C. 0,037 D. 0,2

- » **Câu 4.** Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$	$[40; 45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 23,75. B. 27,5. C. 31,88. D. 8,125.

- » **Câu 5.** Trong dịp nghỉ hè bạn Lan rất thích đi bơi. Thời gian đi bơi mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Lan được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[30; 35)$	$[35; 40)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$
Số ngày	3	6	4	8	4

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 là

- A. $[30; 35)$. B. $[35; 40)$. C. $[45; 50)$. D. $[50; 55)$.

- » **Câu 6.** Khảo sát thời gian tập nghe nhạc trong ngày của học sinh lớp 12B thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	10	12	9	4

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 là

- A. $[20; 40)$. B. $[40; 60)$. C. $[60; 80)$. D. $[80; 100)$.

» **Câu 7.** Một nhóm học sinh thi nhau giải khối rubik 4×4 . Thời gian hoàn thành của nhóm học sinh được thống kê trong bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$	$[14; 16)$	$[16; 18)$
Số học sinh	4	6	8	4	3

Tìm tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu.

- A. $Q_1 = 10,75; Q_3 = 14,375$. B. $Q_1 = 11,0625; Q_3 = 14,375$.
C. $Q_1 = 10,75; Q_3 = 13,83$. D. $Q_1 = 10,85; Q_3 = 14,75$.

» **Câu 8.** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7; 3,0)$	$[3,0; 3,3)$	$[3,3; 3,6)$	$[3,6; 3,9)$	$[3,9; 4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 0,9. B. 0,975. C. 0,5. D. 0,575.

» **Câu 9.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[7; 9)$. B. $[9; 11)$. C. $[11; 13)$. D. $[13; 15)$.

» **Câu 10.** Khảo sát chiều cao (đơn vị cm) của học sinh lớp 12A, ta thu được kết quả như sau:

Kết quả đo (cm)	$[150; 155)$	$[155; 160)$	$[160; 165)$	$[165; 170)$	$[170; 175)$
Số học sinh	6	10	14	5	5

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng nào sau đây:

- A. $(5,5; 6)$. B. $(6; 6,5)$. C. $(6,5; 7)$. D. $(7; 7,5)$.

» **Câu 11.** Thời gian (phút) truy bài trước mỗi buổi học của một số học sinh trong một tuần được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian	$[9,5; 12,5)$	$[12,5; 15,5)$	$[15,5; 18,5)$	$[18,5; 21,5)$	$[21,5; 24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. $[9,5; 12,5)$. B. $[12,5; 15,5)$. C. $[15,5; 18,5)$. D. $[18,5; 21,5)$.

» **Câu 12.** Thống kê cân nặng của học sinh lớp 11A cho trong bảng dưới đây:

Cân nặng	$[40,5; 45,5)$	$[45,5; 50,5)$	$[50,5; 55,5)$	$[55,5; 60,5)$	$[60,5; 65,5)$	$[65,5; 70,5)$
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tính cân nặng trung bình của học sinh lớp 11A?

- A. 50,1. B. 52,83. C. 50,81. D. 51,81.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

- » **Câu 13.** Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$) của tỉnh X tháng 5 năm 2024

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Tần số tích lũy
$[29;31)$	30	1	1
$[31;33)$	32	4	5
$[33;35)$	34	5	10
$[35;37)$	36	13	26
$[37;39]$	38	7	33
		$n = 30$	

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Nhóm $[31;33)$ có tần số bằng: 4		
(b)	Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là: 13		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng: 2,92		
(d)	Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng: 4,57		

(làm tròn đến hàng phần trăm)

- » **Câu 14.** Cho bảng số liệu dưới đây về thời gian (phút) tập thể dục buổi sáng của hai bạn Bình và Chi trong 30 ngày.

Thời gian	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$
Bạn Bình	5	8	10	4	3
Bạn Chi	10	10	5	3	2

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục của Chi là 25 (phút).		
(b)	Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bạn Bình là: $Q_1 = \frac{354}{16}$		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bạn Chi là 28,75		
(d)	Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bạn Bình là $\frac{314}{9}$		

- » **Câu 15.** Bảng dưới đây cho ta bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12B trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam).

Nhóm	Số học sinh
$[30;40)$	2
$[40;50)$	10
$[50;60)$	16

$[60;70)$	8
$[70;80)$	2
$[80;90)$	2
	$n = 40$

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số học sinh nặng dưới 50kg là 12.		
(b)	Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng 54,29(kg).		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{39}{2}$.		
(d)	Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 128.		

» Câu 16. Thống kê chiều cao của tổ 1 và tổ 2 của lớp 10A cho bởi bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số học sinh tổ 1	3	2	2	1	3	0
Số học sinh tổ 2	1	3	3	2	1	1

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu về chiều cao của học sinh tổ 1 là $Q_1 = 154,375$.		
(b)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về chiều cao của học sinh tổ 1 là $R = 25$.		
(c)	Phương sai của mẫu số liệu về chiều cao của học sinh tổ 2 là $s_2^2 \approx 48,88$.		
(d)	Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về chiều cao của học sinh tổ 2 lớn hơn độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về chiều cao của học sinh tổ 1.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 17. Bảng sau đây cho biết chiều cao của học sinh lớp 5A

Chiều cao (cm)	Tần số
$[85;90)$	1
$[90;95)$	4
$[95;100)$	8
$[100;105)$	12
$[105;110)$	3
$[110;115)$	2

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của học sinh lớp 5A.

✓ Trả lời:

- » **Câu 18.** Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao (đơn vị: Centimet) của 43 học sinh trong một lớp học khối 11 của một trường phổ thông

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[150;155)	152,5	5
[155;160)	157,5	10
[160;165)	162,5	12
[165;170)	167,5	9
[170;175)	172,5	4
[175;180)	177,5	3
		$n = 43$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng (làm tròn đến hàng đơn vị)

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 19.** Số người xem trong 60 buổi chiếu phim của một rạp chiếu phim nhỏ

Lớp người xem	Tần số
[0, 10)	5
[10, 20)	9
[20, 30)	11
[30, 40)	15
[40, 50)	12
[50, 60]	8
Cộng	60

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 20.** Thời gian hoàn thành một bài kiểm tra trắc nghiệm của một số học sinh lớp 10 của hai lớp 10A và 10B được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)	[10;11)
Học sinh lớp 10A	8	10	13	10	9
Học sinh lớp 10B	4	12	17	14	3

Tính hiệu độ lệch chuẩn $\sigma_{10A} - \sigma_{10B}$. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

✓ **Trả lời:**

- » **Câu 21.** Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao (đơn vị: Centimet) của 43 học sinh trong một lớp học khối 11 của một trường phổ thông

Nhóm	Tần số
[150;155)	5
[155;160)	10
[160;165)	12
[165;170)	9
[170;175)	4
[175;180)	3

	$n = 43$
--	----------

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng (làm tròn đến hàng đơn vị)

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 22.** Một công ty bất động sản Đất Vàng thực hiện cuộc khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào để tiến hành dự án xây nhà ở Thăng Long group sắp tới. Kết quả khảo sát 500 khách hàng được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	75	105	179	96	45

Độ lệch chuẩn (làm tròn đến hàng phần trăm) của mức giá đất là bao nhiêu?

✓ Trả lời:

--	--	--	--

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM

Chủ Đề

06

XÁC SUẤT



Kiến thức cơ bản

1. Đại số tổ hợp



Quy tắc cộng

- ♻ Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động.
Hành động thứ nhất có m cách thực hiện,
Hành động thứ hai có n cách thực hiện
(các cách thực hiện của cả hai hành động là khác nhau đôi một)
Thì công việc đó có $m + n$ cách hoàn thành.
- » Quy tắc cộng có thể mở rộng cho một công việc được hoàn thành bởi một trong k hành động ($k \in \mathbb{N}, k > 2$).



Quy tắc nhân

- ♻ Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động liên tiếp.
Hành động thứ nhất có m cách thực hiện,
Hành động thứ hai có n cách thực hiện
Thì công việc đó có $m.n$ cách hoàn thành.
- » Quy tắc nhân có thể mở rộng cho một công việc được hoàn thành bởi k hành động liên tiếp ($k \in \mathbb{N}, k > 2$).



Hoán vị

- ♻ Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \in \mathbb{N}^*$).
Mỗi kết quả của sự sắp xếp tự do n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.
- » Ta có: $P_n = n(n-1) \dots .2.1 = n!$.



Chỉnh hợp

Cho tập hợp A gồm n phần tử và một số nguyên k với $1 \leq k \leq n$.

Mỗi kết quả của việc lấy k phần tử từ n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một *chỉnh hợp chập k của n phần tử* đã cho.

» Ta có: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.



Tổ hợp

Cho tập hợp A gồm n phần tử và một số nguyên k với $1 \leq k \leq n$.

Mỗi tập con gồm k phần tử được lấy ra từ n phần tử của A được gọi là một *tổ hợp chập k của n phần tử* đó.

» Ta có: $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Quy ước: $0! = 1; C_n^0 = 1$.

2. Xác suất của biến cố



Khái niệm chung

» Không gian mẫu Ω là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của một phép thử.

» Biến cố ngẫu nhiên (gọi tắt là *biến cố*) là một tập con của không gian mẫu.

Tập rỗng $\emptyset$ là biến cố không thể,

Tập Ω là biến cố chắc chắn,

Tập $\bar{A} = \Omega \setminus A$ là biến cố đối của biến cố A .

» Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử đó. Khi đó, với mỗi biến cố A , ta định nghĩa cổ điển của xác suất như sau:

Xác suất của biến cố A ký hiệu là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$, ở đó $n(A); n(\Omega)$ lần lượt là số phần tử của hai tập hợp A, Ω .



Tính chất

Xét phép thử T với không gian mẫu là Ω . Khi đó, ta có các tính chất sau:

» $P(\emptyset) = 0; P(\Omega) = 1$

» $0 \leq P(A) \leq 1$ với mỗi biến cố A .

» $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ với mỗi biến cố A .



Các loại biến cố

Cho hai biến cố A và B cùng liên quan đến phép thử T và các kết quả của T là đồng khả năng. Khi đó A, B là các tập con của không gian mẫu

Biến cố hợp

» Đặt $C = A \cup B$.

Khi đó C là một biến cố và được gọi là *biến cố hợp* của biến cố A và B , ký hiệu: $A \cup B$.

Biến cố giao

» Đặt $D = A \cap B$.

Khi đó D là một biến cố và được gọi là *biến cố giao* của biến cố A và B , ký hiệu là $A \cap B$ hay AB .

Biến cố xung khắc

» Nếu $A \cap B = \emptyset$ thì A và B gọi là *hai biến cố xung khắc*.

Biến cố độc lập

» Hai biến cố A và B được gọi là *độc lập* nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia.

Chú ý:

» $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

» Nếu hai biến cố A và B là độc lập thì $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

3. Xác suất có điều kiện



Định nghĩa

Cho hai biến cố A và B .

Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B . Nếu $P(B) > 0$ thì

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Từ định nghĩa của xác suất có điều kiện, ta suy ra:

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

Chú ý:

» Nếu A, B là hai biến cố bất kì thì $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B)$.

» Cho hai biến cố A và B với $P(B) > 0$. Khi đó, ta có: $P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$.

» Cho hai biến cố A, B với $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$.

Khi đó, A và B là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi

$$P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B}) \text{ và } P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$$

4 Công thức xác suất toàn phần. Công thức Bayes

**Định nghĩa****Công thức xác suất toàn phần**

Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$, ta có:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) \\ &= P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) \end{aligned}$$

Công thức Bayes

Cho hai biến cố A, B với $P(A) > 0, P(B) > 0$, ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}.$$

Nhận xét:

» Với $P(A) > 0, 0 < P(B) < 1$ thì công thức Bayes có dạng:

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})}$$

TOÁN TỪ TÂM

B

BÀI TẬP TIÊU BIỂU

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

Ví dụ 6.1.

Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 20 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Số cách chọn một ban cán sự lớp 4 người, trong đó có ít nhất một học sinh nữ là:

(A). C_{40}^4

(B). $C_{20}^2 + C_{20}^2$

(C). $C_{20}^3 + C_{20}^1$

(D). $C_{40}^4 - C_{20}^4$

✎ *Lời giải*

Ví dụ 6.2.

Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Số các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập hợp S và chia hết cho 3 có thể lập được là:

(A). 48

(B). 18

(C). 36

(D). 24

✎ *Lời giải*

Ví dụ 6.3.

Một hộp đựng 12 viên bi có kích thước và khối lượng giống nhau, trong đó có 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp đó. Xác suất để trong 5 viên bi được chọn có ít nhất 2 viên bi màu vàng là:

(A). $\frac{149}{198}$

(B). $\frac{49}{198}$

(C). $\frac{151}{198}$

(D). $\frac{147}{198}$

✎ *Lời giải*



Ví dụ 6.4.

Một nhóm học sinh gồm 5 bạn nam và 5 bạn nữ được xếp theo một hàng dọc. Xác suất để 5 bạn nữ đứng cạnh nhau là:

(A). $\frac{1}{50}$

(B). $\frac{1}{42}$

(C). $\frac{1}{252}$

(D). $\frac{1}{35}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 6.5.

Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn:

» Khu A có 300 cây ăn quả,

» Khu B có 400 cây ăn quả.

Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là:

(A). $\frac{5}{14}$

(B). $\frac{5}{9}$

(C). $\frac{5}{8}$

(D). $\frac{1}{2}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 6.6.

Một thư viện có hai phòng riêng biệt, phòng A và phòng B. Xác suất chọn 1 quyển sách về chủ đề Khoa học tự nhiên thuộc phòng A và thuộc phòng B lần lượt là 0,25 và 0,5. Chọn ngẫu nhiên 1 quyển sách của thư viện. Giả sử quyển sách được chọn về chủ đề Khoa học tự nhiên, xác suất để quyển sách đó ở phòng A là:

(A). $\frac{2}{3}$

(B). $\frac{1}{2}$

(C). $\frac{1}{4}$

(D). $\frac{1}{3}$

✍ *Lời giải*

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 6.7.**

Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7; P(A|\bar{B}) = 0,4$. Khi đó, $P(A)$ bằng

Ⓐ. 0,7

Ⓑ. 0,4

Ⓒ. 0,58

Ⓓ. 0,52

✍ *Lời giải*

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 6.8.**

Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3; P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng:

Ⓐ. 0,1875

Ⓑ. 0,48

Ⓒ. 0,333

Ⓓ. 0,95

✍ *Lời giải*

.....

.....

.....

.....

.....

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

Ví dụ 6.9.

Bạn An có 2 cuốn sách môn Toán, 3 cuốn sách môn Vật lí, 3 cuốn sách môn Hoá học, các cuốn sách đôi một khác nhau. Giá sách của bạn An chỉ có 1 hàng gồm 3 ngăn liên nhau. Bạn An xếp các cuốn sách trên vào giá sách sao cho mỗi ngăn chỉ có một môn. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách xếp 2 cuốn sách môn Toán trong một ngăn là $2!$.		
(b)	Số cách xếp 3 cuốn sách môn Vật lí trong một ngăn là 3.		
(c)	Số cách xếp 3 cuốn sách môn Hoá học trong một ngăn là $3!$.		
(d)	Số cách xếp các cuốn sách sao cho mỗi ngăn chỉ có một môn là 432.		

Ví dụ 6.10.

Một hộp chứa 18 quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau, trong đó có 4 quả cầu màu xanh được đánh số từ 1 đến 4, có 6 quả cầu màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6, có 8 quả cầu màu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 20 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu đỏ.		
(b)	Có 24 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu vàng.		
(c)	Có 42 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu đỏ và 1 quả cầu màu vàng.		
(d)	Xác suất để 2 quả cầu được lấy vừa khác màu vừa khác số là $\frac{86}{153}$.		

Ví dụ 6.11.

Để nghiên cứu sự phát triển của một loại cây, người ta trồng hạt giống của loại cây đó trên hai lô đất thí nghiệm M, N khác nhau. Xác suất phát triển bình thường của cây đó trên các lô đất M và N lần lượt là 0,56 và 0,62. Lặp lại thí nghiệm trên với đầy đủ các điều kiện tương đồng. Xét các biến cố:

A : “Cây phát triển bình thường trên lô đất M ”;

B : “Cây phát triển bình thường trên lô đất N ”.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Các cặp biến cố $\overline{A}$ và B ; A và $\overline{B}$ là độc lập.		
(b)	Hai biến cố $C = \overline{A} \cap B$ và $D = A \cap \overline{B}$ không là hai biến cố xung khắc.		
(c)	$P(\overline{A}) = 0,56; P(\overline{B}) = 0,62$		
(d)	Xác suất để cây chỉ phát triển bình thường trên một lô đất là 0,4856.		


Ví dụ 6.12.

Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh";

B: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán".

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(A) = 0,4$		
(b)	$P(B) = 0,625$		
(c)	$P(A B) = 0,75$		
(d)	$P(B A) = 0,48$		


Ví dụ 6.13.

Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$.		
(b)	Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $\frac{1}{19}$.		
(c)	Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.		
(d)	Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

Ví dụ 6.14.

Có bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó có 4 chữ số 3, 3 chữ số 2, 2 chữ số 1?

🔗 *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

--	--	--	--	--

**Ví dụ 6.15.**

Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 6.16.**

Trong công viên cây xanh có 70% cây có hoa, số cây phượng vĩ chiếm 6,3% trong tổng số cây của công viên. Trong giờ thực hành ngoài trời, nhóm học sinh của lớp 10A1 chọn một cây trong công viên để đo chiều cao. Tính xác suất để cây được chọn là cây phượng vĩ, biết rằng cây được chọn là loài cây có hoa.

Lời giải

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

.....

.....

**Ví dụ 6.17.**

Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II. Xác suất bắn trúng đích của xạ thủ loại I là 0,9; của xạ thủ loại II là 0,8. Chọn ngẫu nhiên ra 1 xạ thủ và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Tìm xác suất để viên đạn đó trúng đích

Lời giải

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

.....

.....

.....

**Ví dụ 6.18.**

Một nhân viên kiểm toán nhận thấy 15% các bản cân đối thu chi chứa các sai lầm. Trong các bản chứa sai lầm, 60% được xem là các giá trị bất thường so với các số xuất phát từ gốc. Trong tất cả các bản cân đối thu chi thì 20% là những giá trị bất thường. Nếu một con số ở một bảng cân đối tỏ ra bất thường thì xác suất để số ấy là một sai lầm là bao nhiêu? *Viết kết quả dưới dạng số thập phân.*

Lời giải

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

**Ví dụ 6.19.**

Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Hộp thứ hai chứa 6 bi đỏ và 4 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên một hộp và sau đó lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ. *Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.*

Lời giải

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

**Ví dụ 6.20.**

Một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,2\%$ và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM

C

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

DÙNG XÁC SUẤT CỔ ĐIỂN

- » **Câu 1.** Một hộp chứa 6 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi từ hộp. Xác suất để 3 viên bi được lấy ra có cùng màu là
- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{5}{28}$. C. $\frac{5}{56}$. D. $\frac{5}{14}$.
- » **Câu 2.** Bạn Minh gieo liên tiếp 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm xuất hiện là số chẵn”.
- A. 0,25. B. 0,5. C. 0,75. D. 1.
- » **Câu 3.** Một hộp chứa 6 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 6. Bạn Cúc lấy ra đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp. Xác suất của biến cố “Tích các số trên 2 tấm thẻ bằng 6” là
- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{4}{15}$. D. $\frac{1}{30}$.
- » **Câu 4.** Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 10. Bạn Dương lấy ra lần lượt 2 tấm thẻ từ hộp. Thẻ lấy ra lần thứ nhất không được trả lại hộp. Xác suất của biến cố “Tổng các số trên 2 tấm thẻ bằng 12” là
- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{4}{45}$. D. $\frac{2}{15}$.
- » **Câu 5.** Cho hai biến cố xung khắc A và B có $P(A) = 2P(B) = 0,2$. Xác suất của biến cố $A \cup B$ là
- A. 0,3. B. 0,4. C. 0,02. D. 0,28.
- » **Câu 6.** Cho hai biến cố độc lập A và B có $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,4$. Xác suất của biến cố $\bar{A}\bar{B}$ là
- A. 0,1. B. 0,2. C. 0,3. D. 0,4.
- » **Câu 7.** Cô Hoa và cô Lan đi thi lấy bằng lái xe. Xác suất thi đạt của cô Hoa và cô Lan lần lượt là 0,6 và 0,3. Biết rằng mỗi người thực hiện phần thi độc lập với nhau, xác suất để hai người cùng thi đạt là
- A. 0,18. B. 0,6. C. 0,9. D. 0,72.
- » **Câu 8.** Bốn bạn Ân, Bắc, Châu, Duy xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để chụp ảnh. Xác suất để hai bạn Ân và Châu đứng cạnh nhau là
- A. 0,25. B. 0,33. C. 0,5. D. 0,66.
- » **Câu 9.** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 17 học sinh giỏi Địa lí, 11 học sinh giỏi Lịch sử và 8 học sinh giỏi cả hai môn. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của lớp 12A. Xác suất để học sinh được chọn học giỏi ít nhất một trong hai môn Lịch sử hoặc Địa lí là
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{7}{10}$. C. $\frac{1}{15}$. D. $\frac{1}{2}$.
- » **Câu 10.** Câu lạc bộ cờ vua của trường X có 4 học sinh lớp 10; 6 học sinh lớp 11 và 5 học sinh lớp 12. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ câu lạc bộ. Xác suất để có ít nhất 2 học sinh khối 10 trong 3 học sinh được chọn là

A. $\frac{1}{13}$.

B. $\frac{2}{13}$.

C. $\frac{3}{13}$.

D. $\frac{4}{13}$.

♻ DÙNG XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

» **Câu 11.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A)=0,5$; $P(B)=0,7$; $P(AB)=0,3$. Xác suất của $\bar{B}$ với điều kiện A là

A. 0,6.

B. 0,3.

C. 0,4.

D. $\frac{3}{7}$.

» **Câu 12.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A)=0,7$; $P(B)=0,5$; $P(AB)=0,4$. Xác suất của $\bar{A}$ với điều kiện $\bar{B}$ là

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{4}{7}$.

» **Câu 13.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A)=0,3$; $P(B)=0,6$; $P(A|B)=0,5$. Xác suất của biến cố $A \cup B$ là

A. 0,9.

B. 0,18.

C. 0,3.

D. 0,6.

» **Câu 14.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A|B)=4P(B|A)$. Tỉ số $\frac{P(A)}{P(B)}$ là

A. $\frac{1}{4}$.

B. 4.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{8}$.

» **Câu 15.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A)=0,3$; $P(B)=0,6$; $P(A \cup B)=0,7$. Xác suất của A với điều kiện B là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{7}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 3.

» **Câu 16.** Một hộp chứa 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 1 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Hà lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp. Xác suất viên bi lấy ra không có màu vàng, biết rằng nó không có màu đỏ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{5}{8}$.

C. $\frac{7}{8}$.

D. $\frac{4}{5}$.

» **Câu 17.** Một bộ bài tú lơ khơ gồm 52 quân bài, trong đó có 4 quân Át, bạn Hoa rút ngẫu nhiên một quân bài (không hoàn lại), sau đó bạn Dung rút ngẫu nhiên một quân bài. Xác suất bạn Dung rút được quân Át là:

A. 0,077.

B. 0,56.

C. 0,7.

D. 0,65.

» **Câu 18.** Một động cơ điện có hai van bảo hiểm cùng hoạt động. Xác suất hoạt động tốt của van I là 0,9, của van II là 0,72. Xác suất hoạt động tốt của van I, biết van II hoạt động tốt, là 0,96. Giả sử van I hoạt động tốt, xác suất hoạt động tốt của van II là

A. 0,675.

B. 0,768.

C. 0,66.

D. 0,78.

» **Câu 19.** Bạn Xuân có hai hộp bi. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Xuân chọn ngẫu nhiên một hộp đựng bi và từ đó lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất 2 viên bi lấy ra đều có màu đỏ, biết rằng bạn Xuân chọn hộp thứ hai là

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{9}$.

» **Câu 20.** Một hộp chứa 4 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Thái lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp. Xác suất 2 viên bi lấy ra đều có màu vàng, biết rằng chúng có cùng màu là

- A. $\frac{6}{7}$. B. $\frac{1}{21}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $\frac{20}{21}$.

» **Câu 21.** Bạn Đông có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Đông chọn ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, rồi chọn ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất 2 viên bi được chọn ra đều có màu xanh là

- A. $\frac{3}{16}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{3}{8}$.

» **Câu 22.** Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ có bằng đại học là 30% và tỷ lệ nhân viên nam có bằng đại học là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên của doanh nghiệp đó. Xác suất nhân viên này có bằng đại học là?

- A. $\frac{111}{400}$. B. $\frac{11}{80}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{109}{400}$.

» **Câu 23.** Khi tìm hiểu về việc học tiếng Anh của một trường phổ thông, người ta thấy rằng có 70% học sinh tự học tiếng Anh bằng hình thức trực tuyến. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Khi đó, xác suất chọn được học sinh giỏi tiếng Anh, biết học sinh đó tự học bằng hình thức trực tuyến, là 0,8; xác suất chọn được học sinh giỏi tiếng Anh, biết học sinh đó không tự học bằng hình thức trực tuyến, là 0,3. Xác suất chọn được học sinh giỏi tiếng Anh là:

- A. 0,24. B. 0,56. C. 0,7. D. 0,65.

» **Câu 24.** Khi điều tra về hoạt động sử dụng máy tính và tình trạng cận thị của trẻ em ở một tỉnh thì được kết quả:

Có 10% trẻ em thường xuyên sử dụng máy tính;

Có 10% trẻ em bị cận thị.

Trong những trẻ em thường xuyên sử dụng máy tính có 54% trẻ em bị cận thị.

Chọn ngẫu nhiên một trẻ em. Xác suất trẻ em được chọn thường xuyên sử dụng máy tính, biết trẻ em đó bị cận thị, là

- A. 0,54. B. 0,14. C. 0,18. D. 0,0162.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

🔄 DÙNG XÁC SUẤT CỔ ĐIỂN

» **Câu 25.** Một hộp chứa 5 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Gọi A là biến cố “Có ít nhất 1 viên bi đỏ trong 2 bi được chọn” và B là biến cố “Có ít nhất 1 viên bi xanh trong 2 viên bi được chọn”. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Không gian mẫu của phép thử có số phần tử là 10.		
(b)	A và B là hai biến cố đồng khả năng.		
(c)	Xác suất của biến cố A là 0,5.		
(d)	A và B là hai biến cố độc lập.		

» **Câu 26.** Cho hai biến cố A và B có $P(\overline{AB}) = 0,2; P(AB) = P(A\overline{B}) = 0,3$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----

(a)	Xác suất của biến cố A là 0,5.		
(b)	Xác suất của biến cố B là 0,5.		
(c)	A và B là hai biến cố độc lập.		
(d)	Xác suất của biến cố $\overline{AB}$ là 0,25.		

» Câu 27. Cho tập hợp A gồm 20 số nguyên dương không vượt quá 20.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách chọn 4 số nguyên dương từ tập hợp A là A_{20}^4 .		
(b)	Tích của 4 số nguyên dương là số lẻ khi và chỉ khi cả 4 số là số lẻ.		
(c)	Tập hợp A có 10 số lẻ.		
(d)	Số cách chọn ra 4 số từ tập hợp A sao cho tích của 4 số đó là số chẵn là $A_{20}^4 - A_{10}^4$.		

» Câu 28. Cho tập hợp A gồm tất cả các chữ số.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập hợp A có 10 phần tử là 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9		
(b)	Số các tập con gồm 6 phần tử của A là A_{10}^6 .		
(c)	Với mỗi tập con gồm 6 phần tử của A thì có đúng một cách sắp xếp các phần tử theo thứ tự giảm dần.		
(d)	Có A_{10}^6 số gồm 6 chữ số có dạng $\overline{abcdeg}$ thỏa mãn $a > b > c > d > e > g$.		

» Câu 29. Một đội văn nghệ gồm 4 bạn nam và 6 bạn nữ. Chọn ra ngẫu nhiên 5 bạn để biểu diễn một tiết mục. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Không gian mẫu của phép thử có số phần tử là 252.		
(b)	Xác suất của biến cố "Có đúng 1 bạn nam trong 5 bạn được chọn" là $\frac{5}{21}$.		
(c)	Xác suất của biến cố "Có ít nhất 1 bạn nam trong 5 bạn được chọn" là $\frac{1}{42}$.		
(d)	Gọi A_k là biến cố có đúng k bạn nam trong 5 bạn được chọn với $0 \leq k \leq 4$. Xác suất $P(A_k)$ đạt giá trị lớn nhất khi $k = 2$.		

» Câu 30. Một hộp chứa 10 tấm thẻ màu trắng được đánh số lần lượt là 1 đến 10 và 4 tấm thẻ màu đen được đánh số lần lượt từ 1 đến 4. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố "Hai thẻ lấy ra có cùng màu" và B là "Hai thẻ lấy ra cùng ghi số lẻ". Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Không gian mẫu của phép thử có số phần tử là 91.		
(b)	Xác suất của biến cố A là $\frac{45}{91}$.		
(c)	Xác suất của biến cố B là $\frac{3}{13}$.		
(d)	A và B là hai biến cố độc lập.		

» Câu 31. Bạn Lan có 6 viên bi khác nhau và 3 chiếc hộp được đánh số 1; 2; 3. Biết rằng mỗi chiếc hộp đều có thể chứa từ 0 đến 6 viên bi. Lan lần lượt cho từng viên bi vào 3 chiếc hộp một cách ngẫu nhiên. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Không gian mẫu của phép thử có số phần tử là 20.		
(b)	Số cách xếp bi sao cho hộp số 1 không chứa viên bi nào là 64.		
(c)	Số cách xếp bi sao cho chỉ có hộp số 1 không chứa viên bi nào là 32.		
(d)	Xác suất để không có hộp nào bị trống là $\frac{179}{243}$.		

» **Câu 32.** Lớp 12A có 40 học sinh trong đó có 30 học sinh giỏi môn Toán, có 35 học sinh giỏi môn Tiếng Anh, 25 học sinh giỏi cả hai môn. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố:

A: “Học sinh được chọn học giỏi môn Toán”

B: “Học sinh được chọn học giỏi môn Tiếng Anh”

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(A) = 0,75$		
(b)	$P(B) = 0,875$		
(c)	$P(A \cap B) = 0,625$		
(d)	$P(A \cup B) = 1$		

» **Câu 33.** Hai xạ thủ An và Bình cùng bắn vào một mục tiêu ở hai thời điểm khác nhau với xác suất bắn trúng mục tiêu lần lượt là 0,6 và 0,7. Xét các biến cố:

A: “Xạ thủ An bắn trúng mục tiêu”

B: “Xạ thủ Bình bắn trúng mục tiêu”

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(\bar{A}) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 0,7$		
(b)	Hai biến cố $\bar{A}$, $\bar{B}$ là hai biến cố độc lập		
(c)	Xác suất cả hai xạ thủ đều không bắn trúng mục tiêu là 0,42.		
(d)	Xác suất cả hai xạ thủ đều bắn trúng mục tiêu là 0,58.		

DÙNG XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

» **Câu 34.** Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0,5$; $P(A|B) = P(A|\bar{B}) = 0,4$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất của biến cố AB là 0,02.		
(b)	Xác suất của biến cố $A\bar{B}$ là 0,2.		
(c)	Xác suất của biến cố A là 0,8.		
(d)	A và B là hai biến cố độc lập.		

» **Câu 35.** Một phân xưởng có 80% công nhân là nữ. Tỷ lệ công nhân nữ có tay nghề cao là 40%, tỷ lệ công nhân nam có tay nghề cao là 55%. Chọn ngẫu nhiên 1 công nhân của phân xưởng. Gọi A là biến cố “Công nhân được chọn là nữ” và B là biến cố “Công nhân được chọn có tay nghề cao”. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất của biến cố $\bar{A}$ là 0,8.		
(b)	Xác suất của biến cố B là 0,43.		
(c)	A và B là hai biến cố độc lập.		

(d) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{11}{43}$.

» **Câu 36.** Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất 1 lần. Xét các biến cố:

A: “Mặt xuất hiện của con xúc sắc ghi số 5”

B: “Mặt xuất hiện của con xúc sắc ghi số lẻ”

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(A) = \frac{5}{6}$		
(b)	$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$		
(c)	$P(B A) = 1$		
(d)	$P(A B) = \frac{1}{2}$		

» **Câu 37.** Bạn Ninh có 4 tấm thẻ được đánh số lần lượt là 3; 6; 8; 9. Ninh lấy ra 2 tấm thẻ trong 4 tấm thẻ đó và xếp chúng thành 1 hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có hai chữ số. Gọi A là biến cố “Số tạo thành chia hết cho 2” và B là biến cố “Số tạo thành chia hết cho 3”. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất của biến cố A là 0,5.		
(b)	Xác suất của biến cố AB là 0,25.		
(c)	Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{1}{3}$.		
(d)	Xác suất của biến cố A với điều kiện $\bar{B}$ là $\frac{2}{3}$.		

» **Câu 38.** Một lớp học có 17 học sinh nam và 24 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố:

A: “Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam”

B: “Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ”

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(B A) = 0,575$		
(b)	$P(B \bar{A}) = 0,6$		
(c)	$P(\bar{B} A) = 0,425$		
(d)	$P(\bar{B} \bar{A}) = 0,4$		

» **Câu 39.** Trong một hộp có 10 quả bóng màu xanh và 12 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có khối lượng và kích thước như nhau. Bạn Tuấn lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng, mỗi lần lấy 1 quả và không hoàn lại. Xét các biến cố:

A: “Lần thứ nhất lấy được quả bóng màu xanh”;

B: “Lần thứ hai lấy được quả bóng màu xanh”.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(A) = \frac{5}{11}$		

(b)	$P(B A) = \frac{10}{21}$		
(c)	$P(B \bar{A}) = \frac{3}{7}$		
(d)	$P(B) = \frac{5}{11}$		

» **Câu 40.** Một đội văn nghệ gồm 3 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 bạn để biểu diễn một tiết mục. Gọi A là biến cố “Có ít nhất một bạn nam trong 3 bạn được chọn”, B là biến cố “Ba bạn được chọn có cùng giới tính”. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất của biến cố B là 0,333.		
(b)	Xác suất của biến cố AB là $\frac{1}{120}$.		
(c)	Xác suất của biến cố A với điều kiện B là 0,024.		
(d)	Xác suất của biến cố A với điều kiện $\bar{B}$ là $\frac{17}{42}$.		

» **Câu 41.** Kết quả khảo sát những bệnh nhân bị đột quỵ của một bệnh viện cho thấy tỉ lệ bệnh nhân hồi phục sau đột quỵ là 35%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là 40%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ và hồi phục là 30%. Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân bị đột quỵ được điều trị tại bệnh viện. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất người đó được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ, biết rằng người đó hồi phục là 0,6.		
(b)	Xác suất người đó không hồi phục, biết rằng người đó được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là 0,4.		
(c)	Xác suất người đó hồi phục, biết rằng người đó không được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là $\frac{1}{25}$.		
(d)	Việc đưa bệnh nhân vào bệnh viện để điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ làm tăng tỉ lệ hồi phục lên $\frac{10}{3}$ lần.		

» **Câu 42.** Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng.

Xét các biến cố:

A: “Khách hàng chọn được bóng đèn Led màu trắng”;

B: “Khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng”.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(\bar{A}) = 0,65$		
(b)	$P(B A) = 0,02$		
(c)	$P(B \bar{A}) = 0,3$		
(d)	$P(B) = 0,9765$		

» **Câu 43.** Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A: “Khách hàng chọn được sản phẩm loại I”;

B: “Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng”.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(A) = 0,85$		
(b)	$P(B A) = 0,99$		
(c)	$P(B) = 0,9855$		
(d)	$P(A B) = 0,95$		

» **Câu 44.** Một xưởng máy sử dụng một loại linh kiện được sản xuất từ hai cơ sở I và II. Số linh kiện do cơ sở I sản xuất chiếm 61%, số linh kiện do cơ sở II sản xuất chiếm 39%. Tỷ lệ linh kiện đạt tiêu chuẩn của cơ sở I, cơ sở II lần lượt là 93%, 82%. Kiểm tra ngẫu nhiên 1 linh kiện ở xưởng máy. Xét các biến cố:

A_1 : “Linh kiện được kiểm tra do cơ sở I sản xuất”;

A_2 : “Linh kiện được kiểm tra do cơ sở II sản xuất”;

B: “Linh kiện được kiểm tra đạt tiêu chuẩn”.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(A_1) = 0,39$		
(b)	$P(B A_2) = 0,82$.		
(c)	$P(B) = 0,8871$		
(d)	$P(A_1 B) = 0,55$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

♻ DÙNG XÁC SUẤT CỔ ĐIỂN

» **Câu 45.** Cho 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 3cm, 4cm, 5cm, 12cm, 13cm. Chọn ngẫu nhiên 3 đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng đó. Tính xác suất để 3 đoạn thẳng được chọn là ba cạnh của một tam giác vuông.

✓ Trả lời:

» **Câu 46.** Một buổi liên hoan có 10 nam và 10 nữ tham gia, trong đó có 8 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên một đôi nam nữ để biểu diễn một tiết mục song ca. Tính xác suất để đôi nam nữ được chọn không phải là một cặp vợ chồng.

✓ Trả lời:

» **Câu 47.** Chọn ngẫu nhiên 2 ô vuông bất kì trong 64 ô vuông của bàn cờ vua. Tính xác suất để 2 ô vuông được chọn không cùng nằm trên một hàng ngang hay cột dọc nào của bàn cờ. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

✓ Trả lời:

» **Câu 48.** Chọn ngẫu nhiên 3 cạnh bất kì từ các cạnh của đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2...A_{12}$. Tính xác suất để 2 cạnh bất kì trong 3 cạnh được chọn không có điểm chung. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

✓ Trả lời:

» **Câu 49.** Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào một hàng dọc sao cho 2 bạn nam bất kì không đứng liền nhau và 2 bạn nữ bất kì không đứng liền nhau?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 50.** Có bao nhiêu cách lập một mật khẩu là một dãy 8 kí tự, mỗi kí tự là một chữ số mà số 1 xuất hiện 3 lần, số 2 xuất hiện 3 lần, số 3 xuất hiện 2 lần?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 51.** Một bộ bài tú lơ kho gồm 52 quân bài, trong đó có 13 tứ quý (mỗi tứ quý là một bộ 4 quân bài cùng giá trị, ví dụ 4 quân Át, 4 quân K,...). Rút ngẫu nhiên 6 quân bài. Xác suất rút được 6 quân bài bao gồm 1 tứ quý và 2 quân bài còn lại ở 2 tứ quý khác nhau là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của a là bao nhiêu?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 52.** Có hai thùng I và II chứa các sản phẩm có khối lượng và hình dạng như nhau. Thùng I có 5 chính phẩm và 4 phế phẩm, thùng II có 6 chính phẩm và 8 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng I sang thùng II . Sau đó, lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng II để sử dụng. Xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 53.** Tỷ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng 0,25. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 54.** Hai bạn Hải và Bình cùng tham dự một kì thi trắc nghiệm, vòng 1 thi Toán, vòng 2 thi Tiếng Anh. Mỗi vòng thi có 8 mã đề được đánh số từ 1 đến 8. Mỗi bạn phải bốc thăm ngẫu nhiên 1 đề Toán và 1 đề Tiếng Anh. Xét biến cố A : "Hai bạn có chung mã đề ở duy nhất một vòng thi". Xác suất của biến cố A là $\frac{a}{b}$ với a, b là các số tự nhiên khác 0, $b < 50$. Giá trị của $a+b$ là bao nhiêu?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 55.** Một hộp chứa 10 quả bóng có cùng kích thước và khối lượng, trong đó có k quả bóng màu xanh. Bạn Duy chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 quả bóng từ hộp. Tìm k để xác suất của biến cố "Có đúng 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng được chọn" đạt giá trị lớn nhất.

✓ **Trả lời:**

DÙNG XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

» **Câu 56.** Câu lạc bộ văn nghệ của trường Giải Phóng có 40 bạn đều biết chơi ít nhất một trong hai loại đàn là organ và guitar, trong đó có 27 bạn biết chơi đàn organ, 25 bạn biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn. Xác suất chọn được bạn biết chơi đàn organ, biết bạn đó chơi được đàn guitar, là bao nhiêu?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 57.** Một hộp có 6 viên bi đen và 8 viên bi trắng có cùng kích thước và khối lượng. An lấy một viên và không hoàn lại. Sau đó Bình lấy một viên. Gọi A là biến cố "An lấy được viên bi

trắng”, B là biến cố “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính $P(AB)$. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 58.** Lớp 12A có 37 học sinh, trong đó có 15 học sinh thích môn Tin học, 20 học sinh thích môn Tiếng Anh, 10 học sinh không thích môn nào trong hai môn trên. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xác suất chọn được học sinh thích môn Tin học, biết học sinh đó thích môn Tiếng Anh, là bao nhiêu?

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 59.** Thực hiện khảo sát tại một địa phương mà số trẻ em nam gấp 1,5 lần số trẻ em nữ, có 8% số trẻ em nam bị hen phế quản, 5% số trẻ em nữ bị hen phế quản. Chọn ngẫu nhiên 1 trẻ em. Giả sử trẻ em được chọn bị hen phế quản. Xác suất chọn được trẻ em nam là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 60.** Trường Bình Phúc có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu?

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 61.** Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 62.** Một phòng khám có 2 bác sĩ, 4 y tá và 1 hộ lí. Chọn ra ngẫu nhiên đồng thời 3 người từ phòng khám đó. Tính xác suất để cả 3 đều là y tá, biết rằng trong đó không có bác sĩ nào.

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 63.** Năm bạn A, B, C, D, E xếp thành một hàng ngang theo thứ tự ngẫu nhiên. Tính xác suất để A đứng cạnh C , biết rằng A không đứng cạnh E .

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 64.** Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 10. Bạn Xuân lấy ra ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp. Nếu tấm thẻ đó ghi số chẵn, bạn Thu sẽ lấy ra ngẫu nhiên tiếp 1 tấm thẻ từ hộp. Nếu tấm thẻ đó ghi số lẻ, bạn Thu sẽ lấy ra ngẫu nhiên tiếp 2 tấm thẻ từ hộp. Tính xác suất để bạn Thu lấy được thẻ ghi số 10. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 65.** Bạn Chi có 1 đồng xu và 1 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Chi gieo đồng xu. Nếu đồng xu xuất hiện mặt sấp, chi gieo con xúc xắc 2 lần. Nếu đồng xu xuất hiện mặt ngửa, Chi gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi X là tổng số chấm xuất hiện. Có bao nhiêu giá trị k sao cho xác suất $X = k$ đạt giá trị lớn nhất.

✓ Trả lời:

--	--	--	--

----- HẾT -----



ĐỀ ĐÁNH GIÁ CHỦ ĐỀ 06

XÁC SUẤT

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:.....

SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Hai xạ thủ A, B mỗi người bắn một viên đạn vào mục tiêu. Giả sử A, B là các biến cố sau:
 A : "xạ thủ A bắn trúng".
 B : "xạ thủ B bắn trúng".
 Hãy biểu diễn biến cố C : "chỉ có một xạ thủ bắn trúng" theo các biến cố A, B
A. $C = A \cup B$. **B.** $C = \overline{AB} \cap A\overline{B}$. **C.** $C = \overline{AB} \cup A\overline{B}$. **D.** $C = \overline{AB} \cup A\overline{B}$.
- » **Câu 2.** Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(A|B)$.
A. 0,7976. **B.** 0,7975. **C.** 0,2025. **D.** 0,2024.
- » **Câu 3.** Có 50 câu hỏi vấn đáp trong đó có 30 câu hỏi khó, 20 câu hỏi trung bình. Tìm xác suất để sinh viên bốc được 2 câu, trong đó có ít nhất một câu trung bình.
A. 0,645. **B.** 0,545. **C.** 0,3. **D.** 0,445.
- » **Câu 4.** Gieo đồng thời 2 con xúc xắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc hơn kém nhau 3 là bao nhiêu?
A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{2}$.
- » **Câu 5.** Cho 6 đoạn thẳng có độ dài 1, 2, 3, 5, 7, 9. Chọn ngẫu nhiên 3 đoạn thẳng trong 6 đoạn thẳng đó. Tính xác suất để 3 đoạn thẳng được chọn tạo thành một tam giác.
A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{3}{20}$. **D.** $\frac{1}{2}$.
- » **Câu 6.** Một sọt cam có 100 quả, trong đó có 5 quả hỏng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả. Xác suất để trong 4 quả có 1 quả hỏng gần nhất với số nào sau đây?
A. 0,875. **B.** 0,176. **C.** 0,398. **D.** 0,4.
- » **Câu 7.** Một gia đình nọ có 2 đứa con. Tìm xác suất để cả hai đứa đều là con gái, nếu biết rằng ít nhất một trong hai đứa có một đứa là con gái (giả thiết xác suất sinh con trai và con gái bằng nhau).
A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{2}$.
- » **Câu 8.** Một lớp học có 40 học sinh, trong đó có 20 học sinh giỏi Toán, 15 học sinh giỏi Văn, 4 học sinh giỏi cả hai môn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Tìm xác suất để học sinh này giỏi ít nhất một môn.
A. 0,875. **B.** 0,175. **C.** 0,315. **D.** 0,775.
- » **Câu 9.** Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của **BIDV** và 4 thẻ ATM của **Vietcombank**. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Tìm xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ ATM của Vietcombank nếu biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV.

A. $\frac{5}{9}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{4}{9}$.

» **Câu 10.** Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.

A. $\frac{95}{98}$.

B. $\frac{931}{1000}$.

C. $\frac{95}{100}$.

D. $\frac{98}{100}$.

» **Câu 11.** Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{9}{16}$.

C. $\frac{9}{17}$.

D. $\frac{1}{3}$.

» **Câu 12.** Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{8}{9}$.

D. $\frac{2}{5}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Máy bay có thể xuất hiện ở vị trí A với xác suất $\frac{1}{2}$, ở vị trí B là $\frac{1}{3}$, ở vị trí C là $\frac{1}{6}$. Để bắn rơi máy bay, người ta bố trí một khẩu pháo ở mỗi vị trí A, B, C. Biết rằng xác suất bắn trúng máy bay của mỗi khẩu pháo ở A, B, C lần lượt là 0,9; 0,8; 0,7 và các khẩu pháo hoạt động độc lập với nhau. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để máy bay bị bắn trúng là 80%.		
(b)	Giả sử máy bay không bị bắn trúng, xác suất để máy bay xuất hiện ở A là $\frac{3}{10}$.		
(c)	Ta nói rằng “Xác suất để máy bay không bị bắn trúng” là như nhau ở 3 vị trí.		
(d)	Xác suất để máy bay không bị bắn trúng nhiều khả năng ở B.		

» **Câu 14.** Có hai chuồng thỏ. Chuồng thứ nhất có 8 con thỏ trắng, 4 con thỏ đen. Chuồng thứ hai có 4 con thỏ trắng, 8 con thỏ đen. Lấy ngẫu nhiên một con thỏ từ chuồng một chuyển sang chuồng hai, sau đó lại lấy ngẫu nhiên 1 con thỏ từ chuồng 2 sang chuồng 1. Cuối cùng lại lấy ngẫu nhiên 1 con thỏ từ chuồng 1. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để con thỏ chuyển từ chuồng 1 sang chuồng 2 là thỏ trắng: $\frac{2}{5}$		
(b)	Xác suất để con thỏ chuyển từ chuồng 2 sang chuồng 1 là thỏ trắng: $\frac{1}{3}$		
(c)	Xác suất để con thỏ chuyển từ chuồng 2 sang chuồng 1 là thỏ đen: $\frac{2}{3}$.		

(d) Xác suất để lấy được con thỏ màu trắng: $\frac{25}{39}$.

» **Câu 15.** Một nhóm có 50 người được phỏng vấn họ đã mua cành đào hay cây hoa mai vào dịp Tết vừa qua, trong đó có 31 người mua cành đào, 12 người mua cây hoa mai và 5 người mua cả cành đào và cây hoa mai. Chọn ngẫu nhiên một người được phỏng vấn. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để người đó mua cành đào hoặc cây hoa mai là $\frac{19}{35}$.		
(b)	Xác suất để người được chọn mua cành đào và không mua cây hoa mai là $\frac{11}{35}$.		
(c)	Xác suất để người đó không mua cành đào và không mua cây hoa mai là $\frac{7}{15}$.		
(d)	Xác suất để người được chọn mua cây hoa mai và không mua cành đào là $\frac{9}{50}$.		

» **Câu 16.** Một sinh viên phải trải qua liên tiếp hai môn: Toán và Văn. Môn Văn thi trước với xác suất thi đỗ là 0,6. Nếu qua được môn Văn thì sinh viên sẽ qua được môn Toán với xác suất 0,8; còn nếu không qua môn Văn thì xác suất để qua được môn Toán chỉ còn 0,3. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Sinh viên qua được cả hai môn với xác suất 0,48.		
(b)	Sinh viên qua đúng một môn là 0,25.		
(c)	Sinh viên qua ít nhất một môn là 0,73.		
(d)	Biết rằng sinh viên qua đúng một môn, xác suất để thí sinh qua môn Toán là 0,5.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Ba chiếc máy tính của một công ty có xác suất sự cố trong tháng lần lượt là 0,05; 0,02; 0,15. Xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) để có đúng 2 máy bị gặp sự cố trong tháng là bao nhiêu?

✓ Trả lời:

» **Câu 18.** Khảo sát về mức độ quan tâm của người dân trong một khu phố đối với 3 tờ báo X, Y, Z, người ta thu được số liệu sau:

Có 20% người dân xem báo X; 15% xem báo Y; 10% xem báo Z;

Có 5% người dân xem X và Y; 3% xem Y và Z; 4% xem X và Z;

Có 2% người dân xem cả X, Y và Z.

Tính xác suất để người dân không xem bất kỳ tờ báo nào? Viết kết quả dưới dạng số thập phân.

✓ Trả lời:

» **Câu 19.** Bạn An phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là 0,7. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là 0,9. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí

thí nghiệm thứ hai chỉ là 0,5. Tính xác suất để chỉ có một thí nghiệm thành công. *Viết kết quả dưới dạng số thập phân.*

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 20.** Một nhà máy sản xuất áo sơ mi có tỉ lệ áo đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, mỗi cái áo đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo, nên một cái áo tốt có xác suất 0,9 được công nhận tốt và một cái áo lỗi có xác suất 0,95 bị loại bỏ. Hãy tính tỉ lệ áo đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng sản phẩm. *Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 21.** Trong một trận đấu bóng đá diễn ra tại trường THPT, khi trận đấu buộc phải giải quyết bằng loạt sút luân lưu 11 m, huấn luyện viên đội A đưa danh sách lần lượt 5 cầu thủ có xác suất sút luân lưu 11 m thành công là 0,9; 0,8; 0,75; 0,70; 0,65. Xác suất để chỉ có cầu thủ thứ 3 sút trượt luân lưu (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*) là bao nhiêu?

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 22.** Có hai chuồng thỏ. Chuồng thứ nhất có 5 thỏ đen và 10 thỏ trắng. Chuồng thứ hai có 3 thỏ trắng và 7 thỏ đen. Từ chuồng thứ hai bắt ngẫu nhiên một thỏ cho vào chuồng thứ nhất. Sau đó bắt ngẫu nhiên một thỏ ở chuồng thứ nhất ra. Giả sử con thỏ bắt được là con thỏ trắng. Tính xác suất để con thỏ trắng này là con thỏ trắng thuộc chuồng thứ nhất. *Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.*

✓ Trả lời:

--	--	--	--

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM

Chủ Đề

07

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

A

Kiến thức cơ bản

1. Quan hệ vuông góc

**Hai đường vuông góc**

Hai đường thẳng a và b được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90° .

Kí hiệu $a \perp b$.

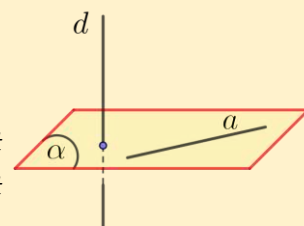
**Đường vuông góc mặt**

Đường thẳng d được gọi là **vuông góc** với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng a **nằm trong** mặt phẳng (α)

Dấu hiệu: Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng ấy.

Tính chất:

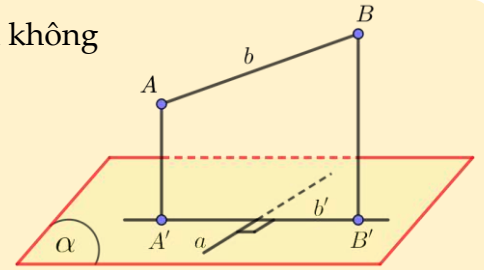
- (1) Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.
- (2) Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- (3) Cho hai đường thẳng song song. Một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.
- (4) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- (5) Cho hai mặt phẳng song song. Một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng này thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.
- (6) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.





Định lý ba đường vuông góc:

- Cho a nằm trong (α) và b không thuộc (α) đồng thời không vuông góc với (α) .
- Gọi b' là hình chiếu vuông góc của b trên (α) .
- Khi đó $a \perp b \Leftrightarrow a \perp b'$.



Hai mặt vuông góc

Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau tạo nên bốn góc nhị diện.

Nếu một trong các góc nhị diện đó là góc nhị diện vuông thì hai mặt phẳng $(P), (Q)$ gọi là vuông góc với nhau, kí hiệu $(P) \perp (Q)$.

Dấu hiệu: Nếu mặt phẳng này chứa một đường thẳng mà đường thẳng đó vuông góc với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau.

Tính chất:

- Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia.
- Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba đó.

2. Góc trong không gian



Góc giữa hai đường

Góc giữa hai đường thẳng a, b trong không gian, kí hiệu (a, b) , là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với a và b .



Góc giữa hai mặt

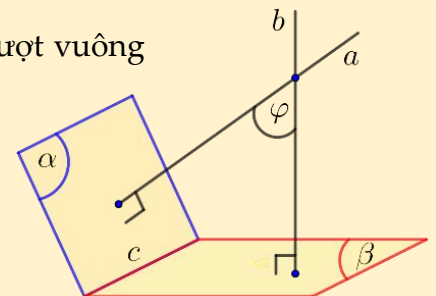
Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

$$\left. \begin{array}{l} a \perp (\alpha) \\ b \perp (\beta) \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\overline{(\alpha)}, \overline{(\beta)} \right) = (\widehat{a, b}).$$

Chú ý:

$$+ \text{ Nếu } \left[\begin{array}{l} (\alpha) \parallel (\beta) \\ (\alpha) \equiv (\beta) \end{array} \right] \Rightarrow ((\alpha), (\beta)) = 0^\circ.$$

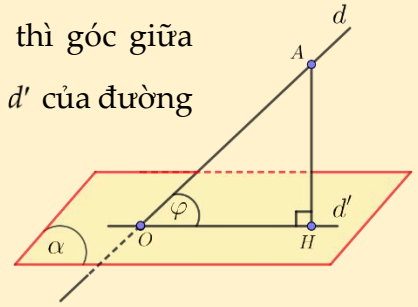
$$+ 0^\circ \leq ((\alpha), (\beta)) \leq 90^\circ.$$





Góc giữa đường và mặt

Nếu đường thẳng d không vuông góc với mặt phẳng (α) thì góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) là góc giữa d và hình chiếu d' của đường thẳng d trên (α) , kí hiệu $(d, (\alpha))$.

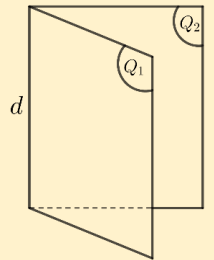


Góc nhị diện

Cho hai nửa mặt (P_1) và (Q_1) có chung bờ là đường thẳng d .

Hình tạo bởi (P_1) , (Q_1) và d được gọi là góc nhị diện tạo bởi (P_1) và (Q_1) , kí hiệu $[P_1, d, Q_1]$.

Hai nửa mặt (P_1) , (Q_1) gọi là hai mặt của nhị diện và d gọi là cạnh của nhị diện



3. Khoảng cách trong không gian

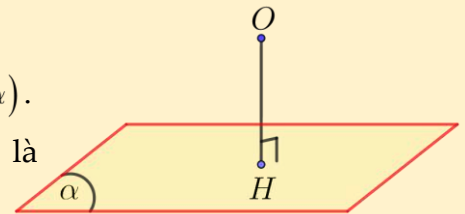


Khoảng cách từ điểm đến mặt

Cho điểm O và mặt phẳng (α) .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên mặt phẳng (α) .

Khi đó khoảng cách giữa hai điểm O và H được gọi là khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (α) .

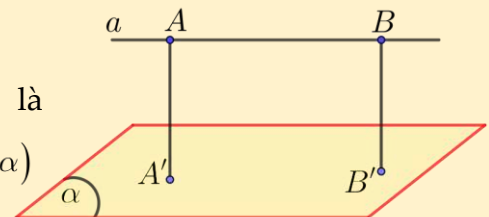


Khoảng cách giữa đường & mặt

Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) .

Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) là khoảng cách từ một điểm bất kì của a đến mặt phẳng (α)

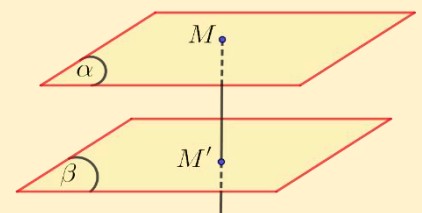
Kí hiệu: $d(a, (\alpha)) = d(A, (\alpha))$



Khoảng cách giữa mặt & mặt

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(\alpha), (\beta)$ là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia

Kí hiệu: $d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\beta))$ với điểm $M \in (\alpha)$

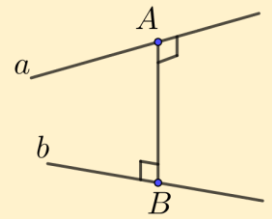




Khoảng cách giữa đường & đường

Nếu đường vuông góc chung Δ cắt hai đường thẳng chéo nhau a và b tại A, B thì độ dài đoạn thẳng AB gọi là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b

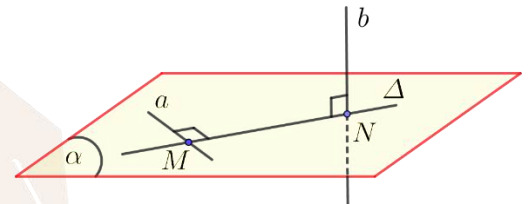
Kí hiệu: $d(a, b) = AB$



Cách dựng đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau:

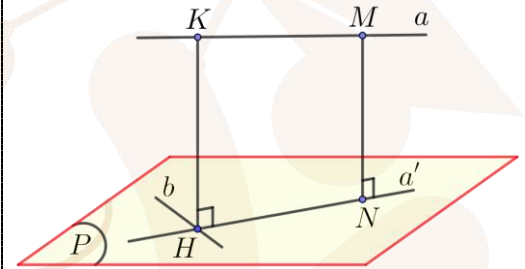
Cách 1: Khi a vuông b

- Dựng một mặt phẳng $(\alpha) \supset a, (\alpha) \perp b$ tại N
- Trong (α) dựng $NM \perp a$ tại M
- Đoạn MN là đoạn vuông góc chung của a và b



Cách 2: Khi a chéo b

- Dựng một mặt phẳng $(P) \supset b, (P) // a$.
- Dựng a' là hình chiếu của a lên mặt phẳng (P) , bằng cách lấy $M \in a$ dựng đoạn $MN \perp (P)$, lúc đó a' là đường thẳng đi qua N và song song với a
- Gọi $H = a' \cap b$, dựng $HK // MN \Rightarrow HK$ là đoạn vuông góc chung của a và b



4. Thể tích của một khối đa diện



Thể tích

Công thức tính thể tích của khối lăng trụ: $V = Sh$.

Công thức tính thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3}Sh$.

Công thức tính thể tích khối chóp cụt đều: $V = \frac{1}{3}h(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2)$.

Trong đó V , h , S_1 , S_2 lần lượt là thể tích, chiều cao, diện tích hai đáy của khối chóp cụt đều.

TOÁN TỪ TÂM

B

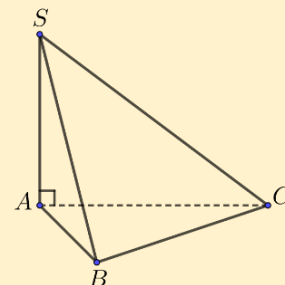
BÀI TẬP TIÊU BIỂU

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

Ví dụ 7.1.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SB \perp BC$ (tham khảo hình vẽ). Trong tất cả các mặt của hình chóp $S.ABC$, có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

- (A). 1 (B). 2
(C). 3 (D). 4



✍️ Lời giải

Ví dụ 7.2.

Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = AB = a$. Tính diện tích tam giác SBD theo a .

- (A). $\frac{\sqrt{3}}{3}a^2$ (B). $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ (C). $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ (D). $\frac{\sqrt{6}}{2}a^2$

✍️ Lời giải

Ví dụ 7.3.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

- (A). $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$ (B). $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ (C). $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$ (D). $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

 Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 7.4.

Cho chóp $S.ABC$ đáy là tam giác vuông tại B và $AB = 2BC = 2a$. Biết $SA \perp (ABC)$. Tính $d(B; (SAC))$

(A). $\frac{2a}{\sqrt{5}}$

(B). a

(C). $2a$

(D). $\frac{a}{\sqrt{2}}$

 Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 7.5.

Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và $\widehat{CBS} = \alpha$. Gọi φ là góc giữa cạnh bên và đáy. Tính $\sin \varphi$ theo α .

(A). $\sin \varphi = \frac{1}{3} \sqrt{9 - 12 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$

(B). $\sin \varphi = \sqrt{9 - 12 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$

(C). $\sin \varphi = \frac{1}{3} \sqrt{9 - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$

(D). $\sin \varphi = \frac{1}{3} \sqrt{9 + 12 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$

 Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....


Ví dụ 7.6.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = h$ và $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC đều cạnh a . Tính $d(A; (SBC))$

Ⓐ. $\frac{ah\sqrt{7}}{\sqrt{3a^2 + 4h^2}}$

Ⓑ. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 + 4h^2}}$

Ⓒ. $\frac{ah\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 + 4h^2}}$

Ⓓ. $\frac{ah\sqrt{3}}{\sqrt{4a^2 + 3h^2}}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật; $AB = a$; $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến (SAC) .

Ⓐ. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$

Ⓑ. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$

Ⓒ. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$

Ⓓ. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$



TOÁN TỰ T

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

Ví dụ 7.8.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$BC \perp (SAB)$		
(b)	$SB \perp BC$		
(c)	Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là đoạn BC .		
(d)	Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là đoạn AB .		

Ví dụ 7.9.

Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$, các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Diện tích tam giác BCD bằng $S_{BCD} = 3\sqrt{3}$		
(b)	$V_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{3}x\sqrt{36-x^2}$		
(c)	Khi $x = 3$ thì $V = \frac{9}{4}$		
(d)	Khi $x = 3\sqrt{2}$ thì thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.		

Ví dụ 7.10.

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC , d_1 là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) và d_2 là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$SO \perp (ABC)$		
(b)	$d_1 = d_2$		
(c)	$d_1 = 3d_2$		
(d)	$d = d_1 + d_2 = \frac{8a\sqrt{2}}{33}$		

Ví dụ 7.11.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB \perp BC$, $SA = AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$BC \perp (SAB)$		
(b)	Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng $\widehat{CSA}$		
(c)	$\tan \widehat{CSB} = 1$		
(d)	Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng 60° .		


Ví dụ 7.12.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = 2a$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ bằng $2a$.		
(b)	Khoảng cách giữa đường thẳng $B'C'$ và mặt phẳng (ABC) bằng a .		
(c)	Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng a .		
(d)	Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $a\sqrt{3}$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

Ví dụ 7.13.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính số đo của góc giữa $(BA'C)$ và $(DA'C)$. Đơn vị tính: độ.

Lời giải

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

 Lời giải

--	--	--	--

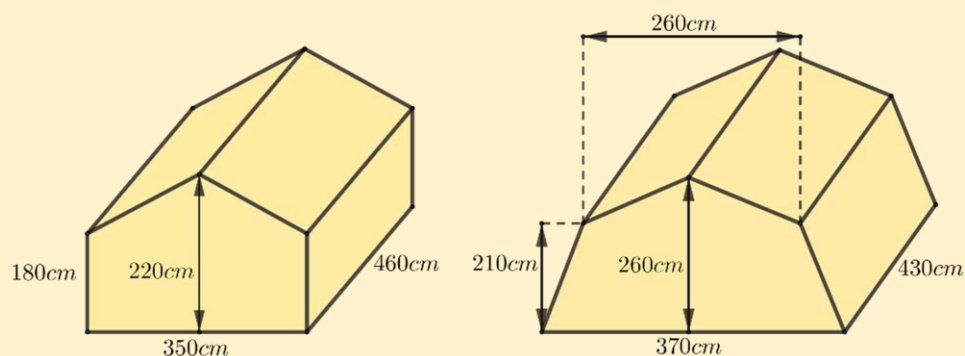


TH

TOÁN TỬ


Ví dụ 7.15.

Để chuẩn bị cho hoạt động cắm trại, bạn An tìm hiểu các mẫu lều cắm trại có kích thước như hình vẽ.



Bạn An muốn biết thể tích chênh lệch của hai lều nên thực hiện tính $V_1 - V_2$, trong đó V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của mẫu lều cắm trại ở hình trái & phải. Giá trị của $V_1 - V_2$ bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

✓ Trả lời:

--	--	--	--

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM

C

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SD \perp (ABCD)$. Đường thẳng AC vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?
A. (SAB) . **B.** (SAD) . **C.** (SCD) . **D.** (SBD) .
- » **Câu 2.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm của AD . Góc nào sau đây là góc phẳng nhị diện $[B, AD, S]$?
A. SAB . **B.** SDB . **C.** SMO . **D.** SMB .
- » **Câu 3.** Cho khối chóp có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao là a . Thể tích khối chóp đó bằng
A. $3a^3$. **B.** a^3 . **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $9a^3$.
- » **Câu 4.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao là a . Thể tích khối chóp đó bằng:
A. $3a^3$. **B.** a^3 . **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $9a^3$.
- » **Câu 5.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$ bằng
A. 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .
- » **Câu 6.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có tất cả các cạnh đều bằng a . Góc giữa đường thẳng SA với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng
A. 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .
- » **Câu 7.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Góc phẳng nhị diện $[A, BC, S]$ là góc nào sau đây?
A. SBA . **B.** SCA .
C. SCB . **D.** SIA với I là trung điểm của BC .
- » **Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 3a, AD = 2a, SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$. Khi đó $\tan \varphi = ?$
A. $\frac{\sqrt{13}}{13}$. **B.** $\frac{\sqrt{11}}{11}$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$.
- » **Câu 9.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết $SA = a\sqrt{3}, AC = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng?
A. 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .
- » **Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AC = a\sqrt{5}, SA = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.BCD$ là
A. $V_{S.BCD} = 4a^3$. **B.** $V_{S.BCD} = 2a^3$. **C.** $V_{S.BCD} = \frac{2a^3}{3}$. **D.** $V_{S.BCD} = \frac{4a^3}{3}$.
- » **Câu 11.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách từ đỉnh đến mặt đáy bằng:

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a}{2}$.

» **Câu 12.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 2a, A'B' = 2a, A'D' = a$. Khoảng cách từ đường thẳng AA' đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng:

- A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

» **Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 3a, BC = 4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $SBC = 30^\circ$. Tính $d(B; (SAC))$.

- A. $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$. B. $6a\sqrt{7}$. C. $\frac{6a\sqrt{7}}{7}$. D. $a\sqrt{7}$.

» **Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 2a$. Tam giác SAC cân tại S có đường cao $SO = a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC theo a .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $2a\sqrt{3}$. C. $a\sqrt{3}$. D. a .

» **Câu 15.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$, $IJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD).

Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

» **Câu 16.** Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = DC$ và $BDA = 60^\circ, ADC = 90^\circ, BDC = 120^\circ$. Trong các mặt của tứ diện đó:

- A. Tam giác ABD có diện tích lớn nhất. B. Tam giác BCD có diện tích lớn nhất.
C. Tam giác ACD có diện tích lớn nhất. D. Tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 17.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi H là trung điểm của AB .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$SH \perp (ABCD)$.		
(b)	Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng SCA .		
(c)	$CH = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.		
(d)	Gọi α là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$. Giá trị $\cos \alpha$ bằng $\frac{3}{4}$.		

» **Câu 18.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $AC = a, SA = \frac{a}{2}$. Gọi H là hình chiếu của S lên cạnh CD .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$AH \perp CD$.		

(b)	$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.		
(c)	Góc SDC là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[S, CD, A]$.		
(d)	Số đo của góc nhị diện $[S, CD, A]$ bằng 30° .		

» Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Góc giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng 45° .		
(b)	Gọi α là góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $A'B'C'D'$. Giá trị $\tan \alpha$ bằng $\sqrt{2}$.		
(c)	Gọi β là số đo của góc nhị diện $[B, A'C', B']$. Giá trị $\tan \beta$ bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.		
(d)	Số đo của góc nhị diện $[B', A'C, D']$ bằng 120° .		

» Câu 20. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $(A'ABB') \perp (ABC)$, $AA' = 2a$, $A'AB = 60^\circ$. Gọi H là hình chiếu của A' trên AB .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $A'C'$ và AB bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(A'B'C')$ và (ABC) .		
(b)	$A'H$ không phải là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $A'C'$ và AB .		
(c)	$A'H = a\sqrt{3}$		
(d)	Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $A'C'$ và AB bằng a .		

» Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và DD' bằng a .		
(b)	Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.		
(c)	Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng $A'C'$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.		
(d)	Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C$ bằng $\frac{a}{2}$.		

» Câu 22. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $3a$, $ABC = 60^\circ$, $AA' = 2a$. Đỉnh A' cách đều ba đỉnh A, B, C . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$A'G$ là đường cao của hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.		
(b)	Độ dài đường cao của hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $a\sqrt{3}$.		
(c)	Diện tích hình thoi $ABCD$ bằng $\frac{9a^2\sqrt{3}}{2}$.		
(d)	Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 23.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = \sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC , hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IH}$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

✓ Trả lời:

» **Câu 24.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của SA . Góc giữa đường thẳng BM với $(ABCD)$ bằng bao nhiêu độ?

✓ Trả lời:

» **Câu 25.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $ABC = 60^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Biết rằng $SO \perp (ABCD)$, $SO = \frac{3a}{4}$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{ma}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản, $m > 0$, $n > 0$. Giá trị $m+n$ bằng bao nhiêu?

✓ Trả lời:

» **Câu 26.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng $\frac{a\sqrt{30}}{n}$. Giá trị của n bằng bao nhiêu?

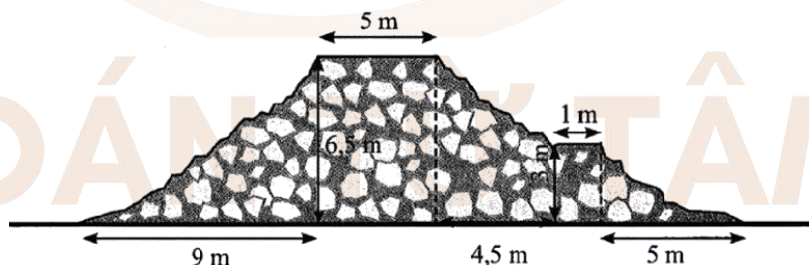
✓ Trả lời:

» **Câu 27.** Người ta cần đổ bê tông để làm những viên gạch có dạng khối lăng trụ lục giác đều (hình vẽ) với chiều cao là 4 cm và cạnh lục giác dài $21,5\text{ cm}$. Tính thể tích bê tông theo đơn vị centimet khối để làm một viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



✓ Trả lời:

» **Câu 28.** Người ta cần xây dựng công trình đê để ngăn nước lũ của sông. Mặt cắt của đê được thiết kế với số đo như trong hình vẽ. Tổng thể tích vật liệu cần dùng để xây dựng đoạn đê đó bằng bao nhiêu mét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng đoạn đê thẳng và dài 100 m .



✓ Trả lời:

» **Câu 29.** Cho lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có thể tích bằng 24 . Gọi M, N và P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh $A'B'; B'C'$ và BC sao cho M là trung điểm của $A'B'$, $B'N = \frac{3}{4}B'C'$ và

$BP = \frac{1}{4} BC$. Đường thẳng NP cắt đường thẳng BB' tại E và đường thẳng EM cắt đường thẳng AB tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $AQPCA'MNC'$ bằng bao nhiêu? Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị

✓ Trả lời:

--	--	--	--

» Câu 30. Cho khối lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $AB = 2$ và góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và BC . Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện. Khối đa diện có thể tích nhỏ hơn bằng bao nhiêu? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười

✓ Trả lời:

--	--	--	--

----- HẾT -----

TOÁN TỪ TÂM


ĐỀ ĐÁNH GIÁ CHỦ ĐỀ 07
HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:.....

SBD:.....

PHẦN ĐỀ
A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho 4 điểm không đồng phẳng A, B, C, D . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (IBC) và (KAD) là:

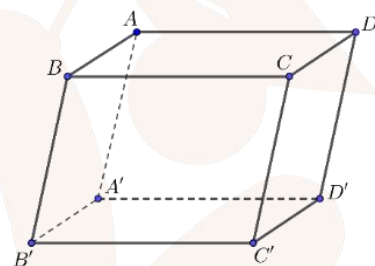
- A.** IK . **B.** BC . **C.** AK . **D.** DK .

» **Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** d qua S và song song với BD . **B.** d qua S và song song với DC .
C. d qua S và song song với AB . **D.** d qua S và song song với BC .

» **Câu 3.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(DA'C')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.** (ABC) .
B. (BDA') .
C. $(D'AC)$.
D. $(B'AC)$.



» **Câu 4.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

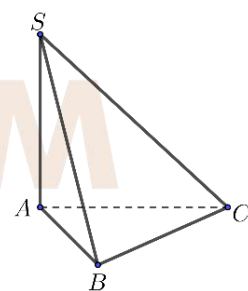
- A.** $AC \parallel B'D'$. **B.** $AB \parallel B'C'$
C. $AB \parallel A'C'$. **D.** $AB' \parallel DC'$.

» **Câu 5.** Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

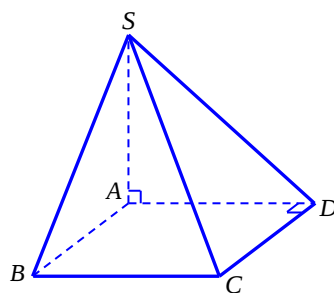
- A.** Nếu $b \parallel (\alpha)$, thì $b \parallel a$ **B.** Nếu b cắt (α) thì b cắt a .
C. Nếu b cắt (α) thì $b \parallel a$. **D.** Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.

» **Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ dưới). Khi đó số đo góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) là

- A.** 45° .
B. 90° .
C. 30° .
D. 60° .



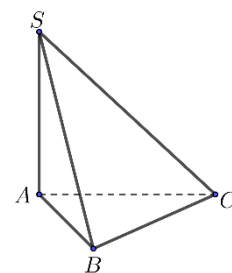
» **Câu 7.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SC . Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào?



- A. MA. B. MS. C. MC. D. MO.

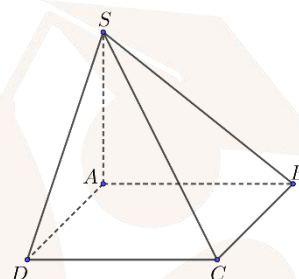
» Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng độ dài đoạn thẳng

- A. CA.
B. CS.
C. CB.
D. AB.



» Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc nào sau đây?

- A. SCA.
B. CSA.
C. SAC.
D. SAB.



» Câu 10. Một con diều được thả với dây căng, tạo với mặt đất một góc 60° . Đoạn dây diều (từ đầu ở mặt đất đến đầu ở con diều) dài 10 m. Hỏi khoảng cách của con diều cách mặt đất bao nhiêu centimet (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

- A. 668. B. 886. C. 866. D. 686.

» Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $AA' \perp (ABCD)$. B. $AA' \perp (A'B'C')$. C. $AA' \perp (A'B'D')$. D. $AA' \perp (DCC')$.

» Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC) . H là hình chiếu vuông góc của A lên BC . Góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ là:

- A. SHA. B. SBA. C. SHA. D. ASH.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi với M là một điểm trên cạnh SC , N là một điểm trên cạnh BC . Gọi $O = AC \cap BD$ và $K = AN \cap CD$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đường thẳng MN nằm trong mặt phẳng (SBC) .		
(b)	SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .		
(c)	SK là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .		
(d)	Đường thẳng SO và đường thẳng AM có một điểm chung.		

» **Câu 14.** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng và có tâm lần lượt là O và O' . Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE, BN = \frac{1}{3}BD$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$OO' // DF$		
(b)	OO' cắt mặt phẳng (ADF)		
(c)	OO' cắt mặt phẳng (BCE)		
(d)	MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$		

» **Câu 15.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm BC , H là hình chiếu vuông góc của A trên SM . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$SA \perp BC$		
(b)	$BC \perp (SAM)$		
(c)	$AH \perp (SBC)$		
(d)	Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên SC . Khi đó đường thẳng SC không vuông góc với mặt phẳng (AHK) .		

» **Câu 16.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = AB = a, AD = 3a$. Gọi M là trung điểm BC .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Góc giữa đường thẳng AB và (SAD) bằng 90° .		
(b)	Góc giữa đường thẳng SB và (SAD) bằng 45° .		
(c)	$\text{Cot}([S, CD, A]) = \frac{1}{3}$.		
(d)	$\text{Cos}([S, DM, A]) = \frac{6}{7}$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều với cạnh a . Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. M là một điểm khác B và ở trên cạnh SB sao cho AM vuông góc với MD . Khi đó, kết quả của tỉ số $\frac{SM}{SB}$ bằng bao nhiêu? Viết kết quả dưới dạng thập phân.

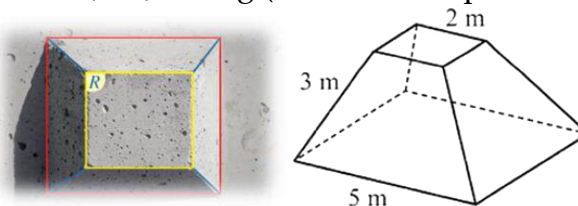
✓ Trả lời:

» **Câu 18.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = 10\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Tính khoảng cách d giữa BD và MN (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

✓ Trả lời:

» **Câu 19.** Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (Hình vẽ). Cạnh đáy dưới dài $5m$, cạnh đáy trên dài $2m$, cạnh bên dài $3m$. Biết rằng chân tháp

được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là $1.500.000$ đồng/ m^3 . Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



✓ Trả lời:

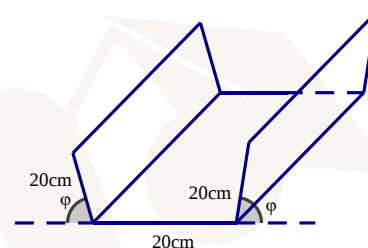
--	--	--	--

» **Câu 20.** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $BAD = 60^\circ$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'D'$ và $A'B'$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BDMN)$ là $\frac{a\sqrt{m}}{5}$. Tìm m .

✓ Trả lời:

--	--	--	--

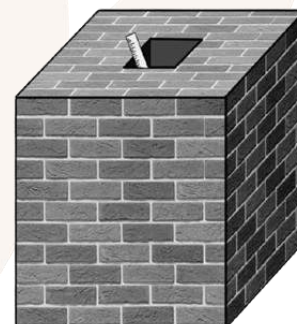
» **Câu 21.** Bạn Nam làm một cái máng thoát nước mưa, mặt cắt là hình thang cân có độ dài hai cạnh bên và cạnh đáy đều bằng 20 cm, thành máng nghiêng với mặt đáy một góc φ ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$) (tham khảo hình vẽ). Bạn Nam phải nghiêng thành máng một góc bao nhiêu để lượng nước mưa thoát được là nhiều nhất?



✓ Trả lời:

--	--	--	--

» **Câu 22.** Phần trong của một bể đựng nước được xây có dạng hình hộp chữ nhật có chiều cao $2m$ như hình bên. Bạn Minh lấy một thanh thước thẳng đủ dài cắm vào bể sao cho một đầu chạm đáy bể và để thước tựa vào mép dưới của thành miệng bể, đánh dấu điểm tựa. Sau đó rút thước lên, bạn Minh đo được độ dài của phần thước chìm trong nước là $1,55m$ và độ dài của phần thước từ điểm được đánh dấu đến điểm đầu chạm đáy bể là $2,5m$. Mực nước còn lại trong bể được bao nhiêu mét?



✓ Trả lời:

--	--	--	--

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM

Chủ Đề

08

HỆ TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN $Oxyz$ 

Kiến thức cơ bản

1. Vectơ



Các khái niệm:

- » Vectơ là một đoạn thẳng có hướng
- » Giá của vectơ là đường thẳng đi qua hai đầu mút của vectơ.
- » Độ dài của vectơ là khoảng cách giữa hai đầu mút của vectơ.
- » Hai vectơ cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
- » Hai vectơ bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.
- » Hai vectơ đối nhau nếu chúng ngược hướng và cùng độ dài.



Các phép toán:

- » Tổng của hai vectơ: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
- » Hiệu của hai vectơ: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$

Chú ý:

- Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (Quy tắc hình bình hành).
- Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ (Quy tắc hình hộp).
- » Tích của số k với vectơ $\vec{a}$ là một vectơ:
 - Kí hiệu $k\vec{a}$.
 - Có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.
 - Cùng hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k > 0$
 - Ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k < 0$.

Chú ý:

- Với hai vectơ bất kì $\vec{a}, \vec{b}$ và hai số thực h, k , ta có:

$$k \cdot (\vec{a} \pm \vec{b}) = k \cdot \vec{a} \pm k \cdot \vec{b}; \quad (h+k)\vec{a} = h \cdot \vec{a} + k \cdot \vec{a}$$

- Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ khác vectơ $\vec{0}$ cùng phương $\Leftrightarrow$ có một số thực $k \neq 0$: $\vec{a} = k\vec{b}$



Tọa độ điểm:

- » Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$
- » Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$
- » Nếu I là trọng tâm tứ diện $ABCD$ thì $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

Với mọi điểm M bất kì thì

- $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0} \Rightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$
- $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$
- $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0} \Rightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MI}$

Mở rộng: Trong không gian, cho ba điểm A, B, C và bộ số m, n, p ($m+n+p \neq 0$).

- Tồn tại duy nhất điểm I sao cho $m\vec{IA} + n\vec{IB} + p\vec{IC} = \vec{0}$
- Với mọi điểm M thì $m\vec{MA} + n\vec{MB} + p\vec{MC} = (m+n+p)\vec{MI}$



Tích vô hướng:

Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ khác vector $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$,

» Kí hiệu $\vec{a} \cdot \vec{b}$

» Là một số thực được xác định bởi công thức: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$

trong đó $(\vec{a}, \vec{b})$ là góc giữa hai vector $\vec{a}, \vec{b}$.

Chú ý: Với các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bất kì và số thực k tùy ý, ta có:

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$
- $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$;
- $\vec{a}^2 \geq 0$, trong đó $\vec{a}^2 = \vec{a} \cdot \vec{a}$. Ngoài ra, $\vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$

2. Tọa độ vector



Tọa độ của vector

» $\vec{OM} = (a; b; c) \Leftrightarrow M(a; b; c)$.

» Nếu $\vec{u} = (a; b; c)$ thì $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$, ngược lại, nếu $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ thì $\vec{u} = (a; b; c)$.

» Với $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$, ta có: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \\ z_1 = z_2 \end{cases}$

» Cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$. Khi đó, $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

Biểu thức tọa độ

Cho hai véc tơ $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$. Khi đó:

- » $\vec{u} \pm \vec{v} = (x_1 \pm x_2; y_1 \pm y_2; z_1 \pm z_2)$
- » $m \cdot \vec{u} = (m \cdot x_1; m \cdot y_1; m \cdot z_1), m \in \mathbb{R}$.
- » $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$
- » $[\vec{u}; \vec{v}] = \begin{pmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}$

Chú ý:

- Hai véc tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$, ($\vec{v} \neq \vec{0}$) cùng phương $\Leftrightarrow$ có một số thực m sao cho $\begin{cases} x_1 = mx_2 \\ y_1 = my_2 \\ z_1 = mz_2 \end{cases}$
- Nếu $\vec{a} = (x; y; z)$ thì $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.
- Nếu $A(x_1; y_1; z_1)$ và $B(x_2; y_2; z_2)$ thì $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
- Hai véc tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ khác véc tơ $\vec{0}$: $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$.
- $M(x_M; y_M; z_M)$ là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$.
- $G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm $\triangle ABC$ thì $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.

3. Mặt phẳng

Véc tơ pháp tuyến:

- » Nếu $\vec{n} \neq \vec{0}$ và có giá vuông góc với (P) thì $\vec{n}$ gọi là véc tơ pháp tuyến (VTPT) của (P) .
- » Hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc thuộc (P) gọi là cặp véc tơ chỉ phương của (P) .

Chú ý:

- $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ là cặp VTCP của (P) thì $\vec{n} = [\vec{a}; \vec{b}]$ là VTPT của (P) .

Phương trình mặt phẳng

- » Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (a; b; c)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là:

$$ax + by + cz + d = 0 \text{ với } d = -ax_0 - by_0 - cz_0$$

- » Mặt phẳng đi qua $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$ có phương trình là:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \text{ (phương trình mặt chắn)}$$


Vị trí tương đối:

Cho hai mặt phẳng $(P_1), (P_2)$ lần lượt có phương trình tổng quát là:

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \text{ và } A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

Gọi $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1), \vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$ lần lượt là hai véc tơ pháp tuyến của $(P_1), (P_2)$.

$$\gg (P_1) // (P_2) \Leftrightarrow \text{tồn tại số thực } k \neq 0 \text{ sao cho } \begin{cases} \vec{n}_1 = k \cdot \vec{n}_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases}$$

$$\gg (P_1) \perp (P_2) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$$


Khoảng cách:

Khoảng cách từ điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$:

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

4. Đường thẳng


Vecto chỉ phương:

» Nếu $\vec{u} \neq \vec{0}$ và có giá song song hoặc trùng với Δ thì $\vec{u}$ gọi là VTCP của Δ .


Phương trình đường thẳng

$$\gg \text{Hệ phương trình } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}, a, b, c \text{ không đồng thời bằng } 0, t \text{ là tham số, được gọi}$$

là phương trình tham số của Δ đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$.

» Đường thẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ ($abc \neq 0$)

$$\text{thì có phương trình chính tắc là } \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$


Vị trí tương đối:

Cho hai đường thẳng phân biệt Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua M_1, M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:

$$\gg \Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] \neq \vec{0} \end{cases}$$

$$\gg \Delta_1 \text{ cắt } \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1; \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 0 \end{cases}$$

$$\gg \Delta_1 \text{ và } \Delta_2 \text{ chéo nhau} \Leftrightarrow [\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \neq 0$$

5. Mặt cầu



Phương trình mặt cầu

» Phương trình mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ bán kính R là

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

» Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ xác định một mặt cầu khi và chỉ khi

$$a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$$

Ngoài ra, nếu $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ thì phương trình đó xác định một mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

6. Góc



Các loại góc

» **Côsin của góc giữa hai đường thẳng**

Cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có VTCP lần lượt là $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó:

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

Nhận xét: $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$

» **Sin của góc giữa đường thẳng và mặt phẳng**

Cho đường thẳng Δ có VTCP là $\vec{u} = (a_1; b_1; c_1)$ và (P) có VTPT $\vec{n} = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó:

$$\sin(\Delta, (P)) = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

» **Côsin của góc giữa hai mặt phẳng**

Cho (P_1) và (P_2) có VTPT lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$. Khi đó:

$$\cos((P_1), (P_2)) = \frac{|A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

TOÁN TỪ TÂM

B

BÀI TẬP TIÊU BIỂU

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

Ví dụ 8.1.

Cho hai vectơ $\vec{u}; \vec{v}$ có $|\vec{u}| = 2; |\vec{v}| = 3$ và $(\vec{u}; \vec{v}) = 60^\circ$. Khi đó, $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng:

(A). 3

(B). 6

(C). $3\sqrt{3}$

(D). 12

✎ LỜI GIẢI

Ví dụ 8.2.

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 9$ có bán kính bằng:

(A). 81

(B). 9

(C). 3

(D). 6

✎ LỜI GIẢI

Ví dụ 8.3.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy $ABCD$ hình bình hành tâm O . Khi đó $2\vec{AO}$ bằng véc tơ nào sau đây?

(A). $\vec{AC}$ (B). $\vec{AD}$ (C). $\vec{A'C}$ (D). $\vec{AB}$

✎ LỜI GIẢI



Ví dụ 8.4.

Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

- Ⓐ. $x - 3y^2 + z - 1 = 0$ Ⓑ. $x^2 + 2y + 4z = 0$ Ⓒ. $2x - y + z - 1 = 0$ Ⓓ. $x + y + 4z^2 - 1 = 0$

Lời giải

.....

.....



Ví dụ 8.5.

Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$ là:

- Ⓐ. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$ Ⓑ. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$ Ⓒ. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$ Ⓓ. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$

Lời giải

.....

.....



Ví dụ 8.6.

Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là

- Ⓐ. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$ Ⓑ. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$
 Ⓒ. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$ Ⓓ. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM


Ví dụ 8.7.

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là:

Ⓐ.
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Ⓑ.
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1+t \end{cases}$$

Ⓒ.
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Ⓓ.
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 1 \end{cases}$$

✎ *Lời giải*


Ví dụ 8.8.

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của mặt cầu (S) là:

Ⓐ. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$

Ⓑ. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$

Ⓒ. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$

Ⓓ. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$

✎ *Lời giải*


Ví dụ 8.9.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;5)$, $N(-1;6;-3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là:

Ⓐ. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$

Ⓑ. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$

Ⓒ. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$

Ⓓ. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$

✎ *Lời giải*

Ví dụ 8.10.

Cho tứ diện $OABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 5, OB = 2, OC = 4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC . Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và AMN . Khoảng cách từ G đến K là:

Ⓐ. $GK = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Ⓑ. $GK = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓒ. $GK = \frac{1}{2}$

Ⓓ. $GK = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai
Ví dụ 8.11.

Trong không gian cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh là a . Gọi O là giao điểm của BD và AC . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{A'C} - \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$		
(b)	$\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'C'}$		
(c)	$\overrightarrow{C'O} = \overrightarrow{C'A'} - \overrightarrow{OA'}$		
(d)	$\overrightarrow{A'D} \cdot \overrightarrow{A'B} = 0$		

Ví dụ 8.12.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{x}$; $\overrightarrow{AD} = \vec{y}$; $\overrightarrow{AA'} = \vec{z}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{AC'} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$		
(b)	$\overrightarrow{A'B} = \vec{x} + \vec{z}$		
(c)	Góc giữa véc tơ $\overrightarrow{BA'}$ và véc tơ $\overrightarrow{A'C'}$ bằng 60° .		
(d)	Gọi M là trung điểm của BC . Độ dài véc tơ $\overrightarrow{A'M}$ bằng $\frac{3a}{2}$.		

Ví dụ 8.13.

Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng ra đa có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (hình vẽ) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Ra đa ở vị trí có tọa độ $(0;0;0)$		
(b)	Vị trí A có tọa độ $(300;200;10)$.		
(c)	Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).		
(d)	Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .		

Ví dụ 8.14.

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(1;3;7)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+7)^2 = 9$.		
(b)	Điểm $A(2;2;7)$ nằm ngoài mặt cầu (S) .		
(c)	Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(2;2;7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.		
(d)	Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(5;6;7)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn
Ví dụ 8.15.

Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;3)$, $B(-1;-1;2)$ và $C(-3;-2;2)$.
Tính $\cos \widehat{ABC}$.

Lời giải

✓ Trả lời:

--	--	--	--


Ví dụ 8.16.

Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AD = 2, AB = AC = 1$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC và G là trọng tâm của tam giác ABD . Tính độ dài BI . Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Lời giải
Trả lời:

--	--	--	--


Ví dụ 8.17.

Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến điểm $N(800; 300; 10)$ trong 20 phút.



Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo tọa độ của máy bay là $(a; b; c)$. Tính giá trị $a - b$?

Lời giải
Trả lời:

--	--	--	--



Ví dụ 8.18.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên đoạn AC và $C'D$ sao cho, $DN = \frac{1}{3}DC'$, $AM = \frac{2}{3}AC$. Khi phân tích $\overrightarrow{BN} = x.\overrightarrow{BA} + y.\overrightarrow{BC} + z.\overrightarrow{BB'}$ thì giá trị $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

✓ Trả lời:

--	--	--	--

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 8.19.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AC = 3MC$. Lấy N trên đoạn $C'D$ sao cho $C'N = xC'D$. Khi $MN \parallel BD'$ thì giá trị x (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

✓ Trả lời:

--	--	--	--

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....


Ví dụ 8.20.

Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và D , $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° , E là trung điểm của SD , $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACE) . Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Lời giải

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy G là trọng tâm của tam giác ABC . Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{GD} - \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$.

» Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Vector $\overrightarrow{IA}$ cùng hướng với vector nào sau đây?

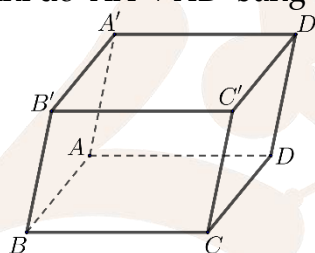
A. $\overrightarrow{BI}$.

B. $\overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{CI}$.

D. $\overrightarrow{AB}$.

» Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ bằng



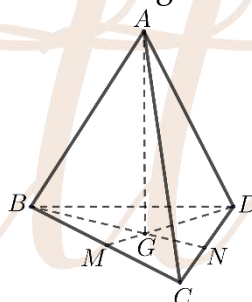
A. $\overrightarrow{AD'}$.

B. $\overrightarrow{AB'}$.

C. $\overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{AC}$.

» Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng



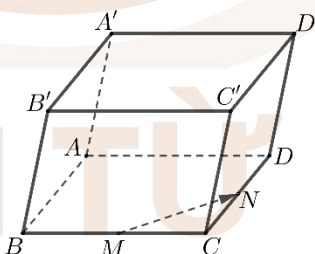
A. $6\overrightarrow{AM}$.

B. $3\overrightarrow{AN}$.

C. $3\overrightarrow{AG}$.

D. $6\overrightarrow{AG}$.

» Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Vector nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?



A. $\overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{A'C'}$.

C. $\overrightarrow{B'D'}$.

D. $\overrightarrow{BC}$.

» Câu 6. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$ bằng

A. 2.

B. $-2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. -2.

» Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (3; -1; 2)$. Độ dài của vector $\vec{a}$ bằng

A. $\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{14}$.

C. 2.

D. 4.

- » **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là
A. $(-4; 3; 2)$. **B.** $(2; 3; -4)$. **C.** $(3; -4; 2)$. **D.** $(-2; -3; 4)$.
- » **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (2; 3; -3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ là
A. $(-1; 4; -5)$. **B.** $(-1; -4; 5)$. **C.** $(3; 2; -1)$. **D.** $(2; -3; -6)$.
- » **Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (2; -3; 1)$; $\vec{b} = (-4; 1; -1)$ và $\vec{c} = (-2; -7; 1)$. Biết rằng $\vec{c} = x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b}$, với x, y là các số thực. Khi đó $x + y$ bằng
A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.
- » **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (3; 2; -1)$, $\vec{v} = (5; -4; 2)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là
A. $(-2; 6; -3)$. **B.** $(2; -6; 3)$. **C.** $(-2; -2; -3)$. **D.** $(2; 2; 1)$.
- » **Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; -2; 3)$. Tọa độ của vectơ $-3\vec{u}$ là
A. $(3; -6; 9)$. **B.** $(-3; -6; -9)$. **C.** $(3; 6; 9)$. **D.** $(-3; 6; -9)$.
- » **Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác MNP có $M(2; -3; 4)$, $N(1; 2; 3)$ và $P(3; -2; 2)$. Trọng tâm của tam giác MNP có tọa độ là
A. $(2; -1; 3)$. **B.** $(6; -3; 9)$. **C.** $(-2; 1; -3)$. **D.** $(-6; 3; -9)$.
- » **Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u} = (2; 3; -3)$ và $\vec{v} = (-3; -2; 4)$ bằng
A. $\sqrt{22} \cdot \sqrt{29}$. **B.** $-\sqrt{22} \cdot \sqrt{29}$. **C.** 24. **D.** -24.
- » **Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$; $\vec{b} = (-3; 2; -2)$; $\vec{c} = (-2; 5; 1)$ và $\vec{d} = (-2; -3; -1)$. Biết rằng $\vec{d} = x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b} + z \cdot \vec{c}$, với x, y, z là các số thực. Khi đó $x + y + z$ bằng
A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.
- » **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $I(3; 5; -7)$ và $K(-5; 5; -1)$ bằng
A. 100. **B.** 20. **C.** 10. **D.** 17.
- » **Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (3; 1; -2)$, $\vec{v} = (-2; 1; 5)$. Tọa độ của vectơ $[\vec{u}; \vec{v}]$ là
A. $(5; 7; -11)$. **B.** $(-7; 11; -5)$. **C.** $(7; -11; 5)$. **D.** $(-5; -7; 11)$.
- » **Câu 18.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Cặp vectơ nào sau đây là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng $(ABB'A')$?
A. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD'}$. **C.** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{A'B'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CC'}$.
- » **Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 4z + 5 = 0$?
A. $\vec{n}_1 = (3; 4; 5)$. **B.** $\vec{n}_2 = (1; 3; -4)$. **C.** $\vec{n}_3 = (1; 3; 4)$. **D.** $\vec{n}_4 = (3; -4; 5)$.
- » **Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $K(1; 1; 1)$ nhận $\vec{u} = (1; 0; 1)$, $\vec{v} = (1; 1; 0)$ là cặp vectơ chỉ phương có phương trình tổng quát là:
A. $x + y + z - 3 = 0$. **B.** $x - y + z - 1 = 0$. **C.** $x + y - z - 1 = 0$. **D.** $-x + y + z - 1 = 0$.

» **Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng cắt ba trục toạ độ tại ba điểm $D(3;0;0)$, $E(0;-2;0)$, $G(0;0;-7)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} - \frac{z}{7} + 1 = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{7} = 1$. C. $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} - \frac{z}{7} = 1$. D. $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} + \frac{z}{7} = 1$.

» **Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $I(15;-16;17)$ và nhận $\vec{u} = (-7;8;-9)$ là vector chỉ phương có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 15 - 7t \\ y = -16 + 8t \\ z = 17 - 9t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 15 - 7t^2 \\ y = -16 + 8t \\ z = 17 - 9t^2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 15 - 7t^2 \\ y = -16 + 8t \\ z = 17 - 9t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -7 + 15t \\ y = 8 - 16t \\ z = -9 + 17t \end{cases}$.

» **Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \frac{x-5}{8} = \frac{y-9}{6} = \frac{z-12}{3}$?

A. $\vec{u}_1 = (8;6;3)$. B. $\vec{u}_2 = (8;6;-3)$. C. $\vec{u}_3 = (-8;6;-3)$. D. $\vec{u}_4 = (5;9;12)$.

» **Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-6;-9;15)$ và đường kính bằng 10 có phương trình là

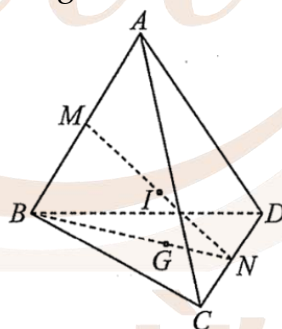
A. $(x+6)^2 + (y+9)^2 + (z-15)^2 = 100$. B. $(x+6)^2 + (y+9)^2 + (z-15)^2 = 25$.
C. $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z+15)^2 = 100$. D. $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z+15)^2 = 25$.

» **Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 50$?

A. $M(3;4;6)$. B. $N(4;4;5)$. C. $P(3;4;-5)$. D. $Q(-3;3;-5)$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 26.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và I là trung điểm của MN . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD .



Khi đó:

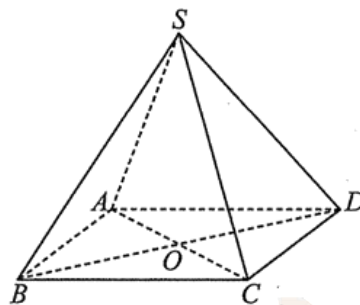
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$		
(b)	$\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{MN}$		
(c)	$\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$		
(d)	$3\vec{AI} - 2\vec{AG} = \vec{0}$		

» **Câu 27.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tứ giác $ABCD$ là hình vuông		

(b)	Tam giác SBD vuông cân tại S .		
(c)	$(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BD}) = 45^\circ$		
(d)	$\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{BD} = -a^2$		

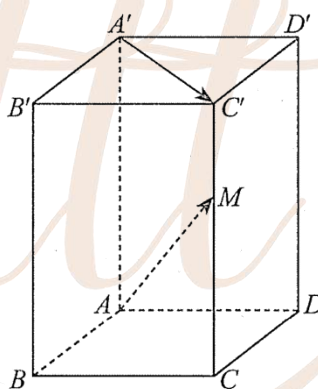
» Câu 28. Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD .



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$		
(b)	$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$		
(c)	$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$		
(d)	$(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}) \cdot (\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}) = 0$		

» Câu 29. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $AD=2$, $AA'=3$. Gọi M là một điểm trên đoạn CC' sao cho $CM=2MC'$.



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{AA'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CM}$		
(b)	$\cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{2}{3}$		
(c)	$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$		
(d)	$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D} = 0$		

» Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 3; 1)$; $\vec{b} = (1; -1; 2)$; $\vec{c} = (-7; 9; -5)$ và $\vec{d} = (7; 5; -1)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$2\vec{a} = (-4; 6; 2)$		

(b)	$\vec{d} = [\vec{a}; \vec{b}]$		
(c)	$\vec{a} + 2\vec{b} = (0; 1; 5)$		
(d)	$\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$		

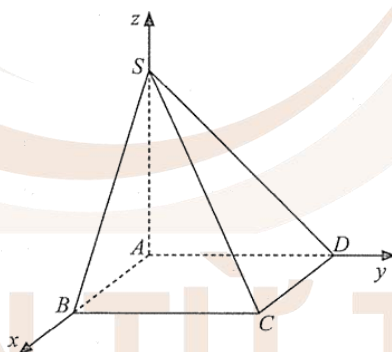
» Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 1; -2)$, $B(3; -2; -1)$ và $C(-3; -2; 2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ là $(4; -3; 1)$.		
(b)	Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) bằng 1.		
(c)	Biết rằng tứ giác $ABCD$ là hình thang có hai đáy là AB , CD và $AB = 2CD$. Hoành độ của điểm D là $x = -1$.		
(d)	Biết rằng đường thẳng BC cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm I , khi đó $\frac{IB}{IC} = \frac{1}{2}$.		

» Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 1)$, $B(1; 1; -1)$ và $C(2; 0; -3)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ $(1; 0; -1)$		
(b)	Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $(2; -1; -1)$.		
(c)	Biết rằng điểm I thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Cao độ của điểm I là $z = -2$		
(d)	Xét M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = MA^2 + 3MB^2 - 2MC^2$ bằng -1 .		

» Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho biết $A(0; 0; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$ và $S(0; 0; 3)$.



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ điểm C là $(2; 0; 3)$.		
(b)	Diện tích của tam giác SCD bằng $3\sqrt{2}$.		
(c)	Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (SCD) là $H\left(0; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.		

- (d) Gọi α là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) , ta có
 $\sin \alpha > \frac{1}{3}$.

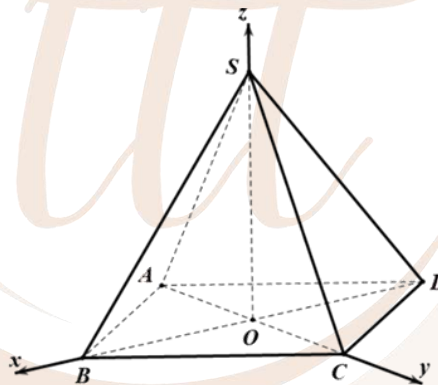
» Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-2; 1; 2)$, $C(3; -1; 2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{AB} = (-3; 3; -1)$		
(b)	$\vec{AC} = (-2; -1; 1)$		
(c)	$\vec{AB} = 3\vec{AC}$		
(d)	Ba điểm A, B, C không thẳng hàng		

» Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; -1; -2)$, $B(3; 1; 2)$, $C(1; -1; 1)$, $D(x_D; y_D; z_D)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{AB} = (1; 2; 4)$		
(b)	$\vec{DC} = (1 - x_D; -1 - y_D; 1 - z_D)$		
(c)	$\vec{DC} = \vec{AB}$		
(d)	Tọa độ điểm D là $(0; 3; 3)$		

» Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , cạnh bằng $2\sqrt{2}$; cạnh bên $SA = 4$



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ điểm A là $(0; 2; 0)$		
(b)	Trọng tâm của tam giác SAB là $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$		
(c)	Nếu $E(a; 0; b)$ là điểm trên (Oxz) sao cho ba điểm C, E, G thẳng hàng thì $a.b = \sqrt{3}$		
(d)	Nếu $M(0; m; n)$ là điểm trên (Oyz) sao cho $MG + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $m^2 + n^2 = 1$		

» **Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;2;0)$, $A'(0;0;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AA' . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ điểm M là $(1;0;0)$.		
(b)	Tọa độ điểm N là $(0;1;0)$.		
(c)	Phương trình mặt phẳng (DMN) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.		
(d)	Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng (DMN) bằng $\frac{8}{3}$.		

» **Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'(-2;-1;1)$, $B(1;3;-2)$, $C(-1;4;2)$ và $C'(-1;3;-3)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{CC'}$ là $(0;-1;-5)$.		
(b)	Cao độ của điểm A là $z=6$.		
(c)	Diện tích tam giác ABC nhỏ hơn 10.		
(d)	Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{49}{2}$.		

» **Câu 39.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;1)$, $B(1;1;3)$ và $C(-1;5;5)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$AB=3$		
(b)	Ba điểm A, B, C không thẳng hàng		
(c)	Biết rằng D là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thang. Hoành độ điểm D là $x = -\frac{5}{2}$		
(d)	Biết rằng E là chân đường phân giác của góc A trong tam giác ABC . Hoành độ của điểm E là $x = \frac{1}{4}$		

» **Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y=0, (Q): \sqrt{3}x - y - 2024 = 0$.

Xét các vectơ $\vec{n}_1 = (0;1;0), \vec{n}_2 = (\sqrt{3};-1;0)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{n}_1$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)		
(b)	$\vec{n}_2$ không là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q)		
(c)	$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -1$		
(d)	Góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng 30° .		

» **Câu 41.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2024}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2025}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+1=0$. Xét các vectơ $\vec{u} = (2;1;-2), \vec{n} = (2;2;-1)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----

(a)	$\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ		
(b)	$\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)		
(c)	cosin của góc giữa Δ và (P) là $\frac{8}{9}$.		
(d)	Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng khoảng 63° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).		

» **Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và

$$\Delta_2: \frac{x+4}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{-1}. \text{ Xét các vectơ } \vec{u}_1 = (1; -1; 2) \text{ và } \vec{u}_2 = (2; 1; -1).$$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $M_1(0; 3; -3)$ và có $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$ là một vectơ chỉ phương.		
(b)	Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $M_2(-4; -2; 4)$ và có $\vec{u}_2 = (2; 1; -1)$ là một vectơ chỉ phương.		
(c)	$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; -5; -3)$		
(d)	Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau		

» **Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17; 20; 45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km.

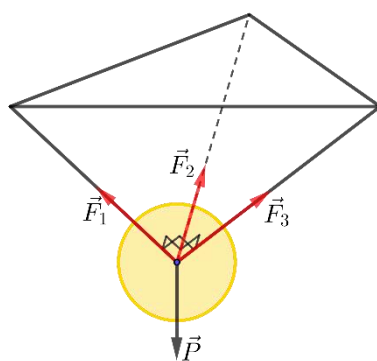
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là: $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 4000^2$.		
(b)	Nếu người đi biển ở vị trí $M(18; 21; 50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.		
(c)	Nếu người đi biển ở vị trí $N(4019; 21; 44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng		
(d)	Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 44.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Gọi φ là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{A'B}$. Số đo của góc φ bằng bao nhiêu độ?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 45.** Treo một vật nặng có trọng lượng 30 N bởi ba sợi dây giống hệt nhau, các sợi dây đôi một tạo với nhau một góc 90° như hình vẽ. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt là các lực căng của ba sợi dây nói trên. Độ lớn của lực $\vec{F}_1$ bằng bao nhiêu Niuton? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



✓ Trả lời:

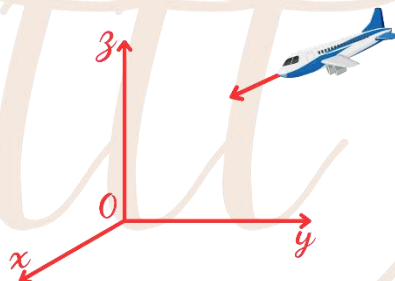
- » **Câu 46.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'B} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

✓ Trả lời:

- » **Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;3;5), B(1;1;3), C(4;-2;3)$. Số đo của góc ABC bằng bao nhiêu độ?

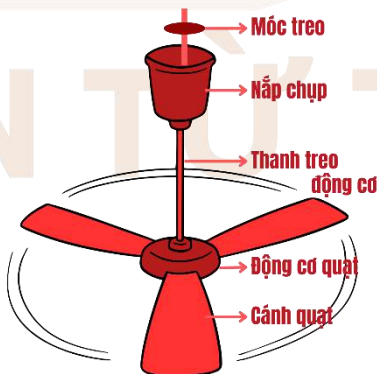
✓ Trả lời:

- » **Câu 48.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), một chiếc máy bay đang di chuyển với hướng bay không đổi từ điểm $(-50;30;10)$ đến vị trí hạ cánh là $(2;3;0)$. Hỏi đường bay của máy bay hợp với mặt đất một góc bao nhiêu độ? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



✓ Trả lời:

- » **Câu 49.** Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 10 m; chiều rộng 7,2 m và chiều cao 3,3 m. Một chiếc quạt trần được treo trên trần nhà tại vị trí chính giữa trần nhà của phòng học như hình sau.



Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn như hình minh họa (đơn vị đo lấy theo mét). Biết rằng thanh treo

động cơ của quạt có độ dài 0,8 m. Giả sử tọa độ của động cơ chiếc quạt trần là $I(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

✓ Trả lời:

» **Câu 50.** Trong Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180m về phía bắc và 240m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

✓ Trả lời:

» **Câu 51.** Trong không gian với $Oxyz$, xét mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2;0;0)$, $M(1;1;1)$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại hai điểm B, C (B, C khác gốc tọa độ O). Diện tích tam giác ABC nhỏ nhất bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

✓ Trả lời:

» **Câu 52.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x + y + 4z - 2024 = 0$ và $(Q): x + 3y - 4z - 2025 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng $(P); (Q)$ bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

✓ Trả lời:

» **Câu 53.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+24}{3} = \frac{y-25}{4} = \frac{z}{-5}$ và $\Delta_2: \frac{x-26}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

✓ Trả lời:

» **Câu 54.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 12y + 5z + 1 = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

✓ Trả lời:

» **Câu 55.** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(5;3;6), B(1;1;4), C(2;1;2)$ và $D(0;0;4)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) bằng bao nhiêu?

✓ Trả lời:

» **Câu 56.** Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo met) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng (Oxy) , người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy

ba vị trí A, B, C ở mái nhà bên phải lần lượt có tọa độ $(2;0;4), (4;0;3)$ và $(4;9;3)$. Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng đơn vị)?

✓ Trả lời:

» **Câu 57.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu ki lô mét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

✓ Trả lời:

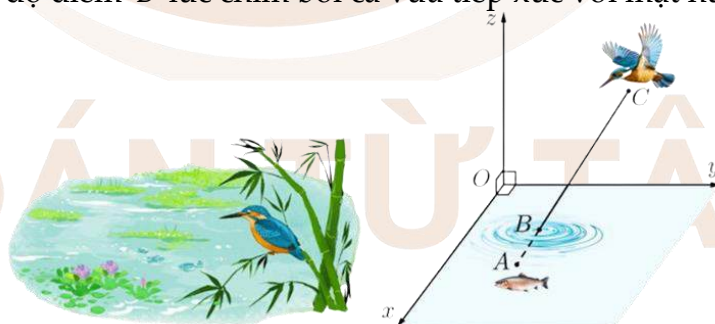
» **Câu 58.** Khi gán hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomet) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí $A(3;-2;3)$ sẽ hạ cánh tới vị trí $B(8;8;0)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

✓ Trả lời:

» **Câu 59.** Khi gán hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo Kilomet) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5;0;5)$ đến vị trí $B(10;10;3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a;b;0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

✓ Trả lời:

» **Câu 60.** Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2m, cách mặt phẳng $(Oxz), (Oyz)$ lần lượt là 3m và 1m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 50cm, cách mặt phẳng $(Oxz), (Oyz)$ lần lượt là 1m và 1,5m. Tổng hoành độ và tung độ điểm B lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước bằng bao nhiêu?



✓ Trả lời:

----- HẾT -----



ĐỀ ĐÁNH GIÁ CHỦ ĐỀ 08

HỆ TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN $Oxyz$

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:.....

SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$ và $C(0;0;5)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC)
- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 0$. B. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1$. C. $2x - 3y + 5z = 1$. D. $2x - 3y + 5z = 0$.
- » **Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
- A. $\sqrt{7}$. B. 9. C. 3. D. $\sqrt{15}$.
- » **Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{6} = \frac{z-1}{9}$ có một vectơ chỉ phương là
- A. $\vec{u}_1 = (2;3;1)$. B. $\vec{u}_2 = (6;3;9)$. C. $\vec{u}_3 = (3;9;6)$. D. $\vec{u}_4 = (1;2;3)$.
- » **Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;-2;3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 3y - 4z + 9 = 0$ là
- A. $\frac{\sqrt{26}}{13}$. B. $\sqrt{8}$. C. $\frac{17}{\sqrt{26}}$. D. $\frac{4\sqrt{26}}{13}$.
- » **Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $AB = 3, BC = 4, CA = 5$ và (ABC) song song với $(P): x + 2y + 2z - 3 = 0$. Biết ba cạnh của tam giác ABC tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 2$. Khi đó mặt phẳng (ABC) cắt trục Ox tại điểm nào dưới đây?
- A. $\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. C. $(-3; 0; 0)$. D. $\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$.
- » **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là
- A. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - t \\ z = t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = t \end{cases}$.
- » **Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;1)$ và $B(1;1;0)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $OM = \sqrt{13}$. Đồng thời đường thẳng d đi qua M và song song Oz cắt AB tại điểm $C(a;b;c)$, $a > 0$. Khi đó giá trị $a+b+c$ bằng
- A. 5. B. $-\frac{12}{5}$. C. 4. D. 6.

- » **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases}$ và điểm $M(2;1;4)$. Khi đó hình chiếu của M trên đường thẳng Δ là điểm nào trong các điểm dưới đây?
A. $(2;3;3)$. **B.** $(1;2;1)$. **C.** $(0;1;-1)$. **D.** $(3;4;5)$.
- » **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1)$ và $B(1;0;1)$. Đường kính mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc trục Oy là
A. $2\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{6}$.
- » **Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2mx + 4y + 13 = 0$. Tìm m để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu.
A. $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$. **C.** $-3 < m < 3$. **D.** $-3 \leq m \leq 3$.
- » **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y + 4z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - 2z + 7 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là
A. 60° . **B.** 45° . **C.** 30° . **D.** 90° .
- » **Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + by + 4z - 3 = 0$ và $(Q): ax + 3y - 2z + 1 = 0, (a, b \in \mathbb{R})$. Với giá trị nào của a và b thì hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau?
A. $a=1; b=-6$. **B.** $a=-1; b=-6$. **C.** $a=-\frac{3}{2}; b=9$. **D.** $a=-1; b=6$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

- » **Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17;20;45)$. Biết ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4km. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 4000^2$.		
(b)	Nếu người đi biển ở vị trí $M(18;21;50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.		
(c)	Nếu người đi biển ở vị trí $N(4019;21;44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.		
(d)	Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8km.		

- » **Câu 14.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0); B(2;0;0); B'(2;0;2); D'(0;2;2)$. Gọi M lần lượt là trung điểm của BB' . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình mặt phẳng $(A'BD): x + y + z = 2$.		
(b)	$\overrightarrow{AC'}$ là một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'BD)$		

(c)	Khoảng cách $d(C, (A'MD)) = \frac{4}{3}$		
(d)	Điểm $K(4; 4; -2)$ thuộc mặt phẳng $(A'MC)$		

» **Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(1; 2; -2)$ và đường thẳng (d) , mặt phẳng (P) như sau: $(d): \frac{x}{1} = \frac{y+5}{2} = \frac{z+2}{2}$, $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I , sao cho (P) cắt (S) theo giao tuyến có chu vi 8π . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{u} = (1; 2; 2)$ là vectơ chỉ phương của (d) .		
(b)	Mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$.		
(c)	Mặt phẳng chứa (d) và tiếp xúc với (S) có phương trình là $2x - 11y + 10z - 25 = 0$.		
(d)	Đường thẳng (d) và mặt cầu (S) không có điểm chung.		

» **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6; 3; 5)$ và đường thẳng BC có phương trình $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với (ABC) . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Một vectơ chỉ phương của đường thẳng BC là $\vec{u} = (1; 2; 2)$.		
(b)	Phương trình mặt phẳng qua trung trực của đoạn BC là $x - y - 2z + 7 = 0$.		
(c)	Tọa độ điểm $G(2; 2; 3)$.		
(d)	Điểm $Q(1; -2; 5)$ thuộc đường thẳng Δ .		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(2; 2; 1)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $OA = 2OB = 2OC$ là $x + by + cz + d = 0$. Tính $b^2 + c^2 + d^2$.

✓ Trả lời:

» **Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, gọi (d) là đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ song song với mặt phẳng $(P): x - y - z - 2025 = 0$ và có tổng khoảng cách từ các điểm $M(3; -1; -3); N(-1; 5; 5)$ tới đường thẳng đó đạt giá trị nhỏ nhất. Gọi $\vec{u} = (1; b; c)$ là một vectơ chỉ phương của (d) . Tính giá trị đại lượng $S = \frac{2b+3c}{4}$ và viết dưới dạng số thập phân.

✓ Trả lời:

» **Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $A(\sqrt{3}; 0; 0)$ và $D(0; 2; 1)$ đồng thời tạo với Ox một góc 30° . Biết $(P): 5x + m\sqrt{3}y + n\sqrt{3}z + p\sqrt{3} = 0$ (m, n, p là các số nguyên đồng thời khác 0). Tính giá trị biểu thức $T = \frac{-1}{m+n+p}$. *Viết kết quả dưới dạng số thập phân.*

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

» **Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$ cho trước (1 đơn vị = 1cm), có một chú kiến vàng và một chú kiến đen bò trên hai sợi dây thẳng khác nhau. Giả sử tại thời điểm t (tính bằng phút), kiến vàng ở tại vị trí $(6+t; 8t; 3+t)$ trên đường thẳng d_1 . Cùng thời điểm đó, kiến đen ở tại vị trí $(1+t; 2+t; 2t)$ trên đường thẳng d_2 . Khoảng cách ngắn nhất giữa hai chú kiến là bao nhiêu cm (*Viết kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

✓ **Trả lời:**

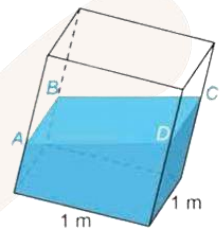
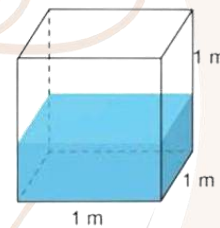
--	--	--	--

» **Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = -4 \end{cases}$ và $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = m^2 - 2m \end{cases}$. Gọi A, B là hai điểm di động trên đường thẳng d nhưng AB luôn bằng $6\sqrt{2}$. Gọi C, D lần lượt là hình chiếu của A, B trên Δ . Khi đó giá trị nhỏ nhất của thể tích tứ diện $ABCD$ bằng bao nhiêu? *Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.*

✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

» **Câu 22.** Trong một bể hình lập phương cạnh 1m có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ các điểm A, B, C đến đáy bể tương ứng là 40cm, 44cm, 48cm. Đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ? *Viết kết quả làm tròn đến hàng phần chục.*



✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM