

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II - MÔN TOÁN 9
NĂM HỌC 2025 -2026

I. NỘI DUNG ÔN TẬP

1. ĐẠI SỐ

- Chương III. Căn bậc hai và căn bậc ba;
- Chương VI. Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$); Phương trình bậc hai một ẩn; Hệ thức Viète và ứng dụng.

2. HÌNH HỌC

- Chương V. Đường tròn;
- Chương IX. Đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp tam giác.

II. ĐỀ KIỂM TRA

1. Hình thức kiểm tra: 100% tự luận

2. Thời gian làm bài: 90 phút

III. MỘT SỐ BÀI TẬP THAM KHẢO

Phần I. Căn bậc hai và căn bậc ba

Bài 1. (Đề thi vào lớp 10 Sở GD Hà Nội năm học 2025 – 2026)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{x + \sqrt{x} - 4}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ với $x > 0, x \neq 4$.

- a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$;
- b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$;
- c) Tìm số nguyên dương x lớn nhất để $\frac{A}{B} < \frac{1}{2}$.

Bài 2. (Đề thi vào lớp 10 Sở GD Hà Nội năm học 2024 – 2025)

Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x} - 3}$ và $B = \frac{2x - 3}{x - 3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$.

- a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$;
- b) Chứng minh $B = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3}$;
- c) Tìm tất cả các giá trị của x để $A - B < 0$.

Bài 3. (Đề thi vào lớp 10 Sở GD Hà Nội năm học 2023 – 2024)

Cho hai biểu thức $A = \frac{x + 2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} - 1} + \frac{3 - \sqrt{x}}{x - 1}$ với $x > 0, x \neq 1$.

- a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$;
- b) Chứng minh $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$;
- c) Tìm tất cả các giá trị của x để $AB = 4$.

Bài 4. (Đề thi vào lớp 10 Sở GD Hà Nội năm học 2022 – 2023)

Cho các biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$ và $B = \frac{x + 4}{x - 4} - \frac{2}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

- a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$;
- b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$;
- c) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A - B < \frac{3}{2}$.

Bài 5. (Đề minh họa thi vào lớp 10 Sở GD Hà Nội năm học 2024 – 2025)

Cho các biểu thức $A = \frac{x-4}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+3}{4-x}$ với $x > 0, x \neq 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$; b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+3}{x-4}$;

c) Xét biểu thức $P = AB$. Chứng minh $P < P^2$.

Bài 6. Cho hai biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}$ và $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-5}$ với $x \geq 0; x \neq 25$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$;

b) Rút gọn biểu thức B ;

c) Tìm x để $A+B$ nhận giá trị nguyên.

Bài 7. Cho hai biểu thức: $A = \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+x}$ với $x > 0$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$;

b) Rút gọn biểu thức B ;

c) Cho $P = A.B$. Tìm $x \in \mathbb{N}$ để P đạt giá trị lớn nhất.

Phần II. Hệ phương trình. Bất phương trình. Phương trình bậc hai một ẩn. Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

Giải bài toán bằng cách lập PT hoặc hệ PT (Từ bài 7 đến bài 16)

Bài 8. (Đề thi vào lớp 10 Sở GD Hà Nội năm học 2023 – 2024)

Theo kế hoạch, một phân xưởng phải làm xong 900 sản phẩm trong một số ngày quy định. Thực tế, mỗi ngày phân xưởng đã làm được nhiều hơn 15 sản phẩm so với số sản phẩm phải làm một ngày theo kế hoạch. Vì thế 3 ngày trước khi hết thời hạn, phân xưởng đã làm xong 900 sản phẩm. Hỏi, theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải làm bao nhiêu sản phẩm? (Giả định rằng số sản phẩm mà phân xưởng làm được trong mỗi ngày là bằng nhau).

Bài 9. (Đề thi vào lớp 10 Sở GD Hà Nội năm học 2022 – 2023)

Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ địa điểm A và đi đến địa điểm B. Do vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 20 km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 30 phút. Biết quãng đường AB dài 60 km, tính vận tốc của mỗi xe. (Giả định rằng vận tốc mỗi xe là không đổi trên toàn bộ quãng đường AB).

Bài 10. (Đề thi vào lớp 10 Sở GD Hà Nội năm học 2021 – 2022)

Một tổ sản xuất phải làm xong 4800 bộ đồ bảo hộ y tế trong một số ngày quy định. Thực tế, mỗi ngày tổ đó đã làm được nhiều hơn 100 bộ đồ bảo hộ y tế so với số bộ đồ bảo hộ y tế phải làm trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế 8 ngày trước khi hết thời hạn, tổ sản xuất đã làm xong 4800 bộ đồ bảo hộ y tế đó. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiêu bộ đồ bảo hộ y tế? (Giả định rằng số bộ đồ bảo hộ y tế mà tổ đó làm xong trong mỗi ngày là bằng nhau)

Bài 11. Trên quãng đường Hà Nội – Quảng Ninh dài 198 km, có hai ô tô đi ngược chiều nhau. Xe thứ nhất xuất phát từ Hà Nội đi Quảng Ninh, xe thứ hai xuất phát từ Quảng Ninh về Hà Nội. Hai xe khởi hành cùng một lúc và sau 1 giờ 30 phút thì gặp nhau. Biết xe khởi hành từ Hà Nội, trung bình mỗi giờ đi nhanh hơn xe kia 10 km. Tính vận tốc trung bình của mỗi xe.

Bài 12. Trên quãng đường AB dài 180km có hai ô tô chuyển động ngược chiều nhau. Xe khách đi từ A tới B, xe con đi từ B tới A. Nếu cùng khởi hành thì sau 2 giờ chúng gặp nhau. Nếu xe khách khởi hành trước xe con 2 giờ thì hai xe gặp nhau khi xe con đi được 1 giờ. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài 13. Bác An đến siêu thị mua một cái máy sấy tóc và một chiếc quạt điện với tổng số tiền theo niêm yết giá là 850 000 đồng. Nhưng gặp ngày siêu thị khuyến mãi nên giá bán của máy sấy tóc giảm 10% còn quạt điện giảm 20% so với giá niêm yết. Do đó, bác An đã trả ít hơn 125 000 đồng khi mua hai sản phẩm trên. Tính giá niêm yết của máy sấy tóc và quạt điện?

Bài 14. Ông Sáu gửi 1 số tiền vào ngân hàng theo mức lãi suất kì hạn 1 năm là 6%. Nhưng đến kì hạn, ông Sáu không đến nhận lãi mà để thêm 1 năm nữa mới lãnh. Khi đó tiền lãi của năm đầu được cộng dồn vào năm 2. Sau 2 năm đó ông Sáu nhận được số tiền là 112 360 000 đồng. Hỏi ông Sáu đã gửi vào ngân hàng số tiền ban đầu là bao nhiêu?

Bài 15. Cửa hàng nhà bác Nghĩa chuyên kinh doanh máy tính loại ASUS tại Hà Nội. Giá nhập vào một chiếc là 18 triệu đồng và bán ra với giá 22 triệu đồng. Với giá bán như trên thì một năm số lượng máy tính bán được dự kiến là 500 chiếc. Để tăng thêm lượng tiêu thụ dòng máy tính này, bác Nghĩa dự định giảm giá bán và ước lượng cứ giảm 200 nghìn đồng một chiếc thì số lượng máy tính bán ra trong một năm sẽ tăng 50 chiếc. Vậy bác Nghĩa phải bán với giá bao nhiêu để sau khi giảm giá lợi nhuận thu được sẽ cao nhất?

Bài 16. Một hãng taxi có giá 15 nghìn đồng cho kilômét đầu tiên và giá 12 nghìn đồng cho mỗi kilômét tiếp theo. Với 150 nghìn đồng thì hành khách có thể di chuyển được tối đa bao nhiêu kilômét (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*)?

Bài 17. Trong cuộc thi “Đố vui để học”, mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai thì bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi, mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên thì sẽ được vào vòng thi tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất được bao nhiêu câu thì được vào vòng thi tiếp theo?

Bài 18. Một hình lập phương có độ dài cạnh a (cm).

a) Viết công thức tính diện tích toàn phần S (cm^2) theo a .

b) Tính thể tích của hình lập phương có diện tích toàn phần là $96cm^2$.

Bài 19. Lực $F(N)$ của gió khi thổi vuông góc vào cánh buồm tỉ lệ thuận với bình phương tốc độ $v(m/s)$ theo công thức $F = av^2$, trong đó a là một hằng số. Biết rằng, khi tốc độ gió là $20 m/s$ thì lực tác động lên cánh buồm của con thuyền bằng 12 000 N.

a) Tính hằng số a .

b) Khi tốc độ gió là $v = 15(m/s)$ thì lực F của gió tác động lên cánh buồm là bao nhiêu?

c) Cánh buồm của thuyền chỉ chịu được lực tác động tối đa là 16 000N. Hỏi con thuyền có thể ra khơi khi tốc độ của gió là 90 km/h được không? Vì sao?

Bài 20. Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x + m^2 - 3 = 0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) với $m = 1$.

b) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 2m + 1 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = -2$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 5$.

Bài 21. Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + m = 0$ (1) với m là tham số.

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Tìm tất cả các giá trị của m để

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 + x_2 - 2}.$$

Bài 22. Cho phương trình: $x^2 - (2m + 1)x + 2m - 4 = 0$ với m là tham số.

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m .

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 không phụ thuộc m .

c) Tìm giá trị m để phương trình:

i) Có hai nghiệm cùng dương.

ii) Có hai nghiệm trái dấu mà nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương.

d) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

i) $x_1 = 3x_2$

ii) $|x_1 - x_2| = 4$

iii) $|x_1| + |x_2| = 5$

Bài 23. Cho phương trình: $x^2 + (m + 2)x - m - 4 = 0$ với tham số m .

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m .

b) Tìm tất cả giá trị của m để $x_1 < 0 \leq x_2$.

c) Tìm m để có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 đều là các số nguyên.

Bài 24. Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + 2m + 1 = 0$ (1) với m là tham số.

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m .

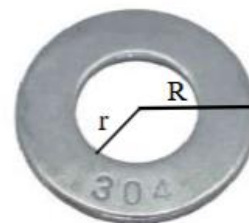
b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{5}$.

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 2 < x_2$.

Phần III. Hình học

Bài 25.

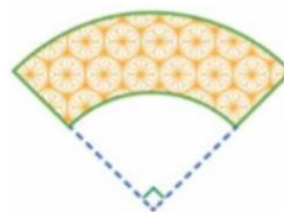
a) Một con tán long đèn tròn như hình bên. Biết $R = 20$ mm, $r = 10,5$ mm. Tính diện tích hình vành khuyên của con tán long đèn. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



b) Một chiếc quạt gấp như hình vẽ. Biết chiều dài từ chốt giữ nan đến đầu mút của nan dài 20cm và khi quạt người ta mở quạt tối đa tạo thành một góc 160° . Tính độ dài cung tròn của quạt lúc này.



c) Hình vẽ bên mô tả một mảnh vải có dạng một phần tư hình vành khuyên, trong đó hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn cùng tâm và có bán kính lần lượt là 3 dm và 5 dm. Hỏi mảnh vải ấy có diện tích là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn)



Bài 26. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

- Chứng minh AEHF, BCEF là các tứ giác nội tiếp
- Kẻ đường kính AM của đường tròn (O). Chứng minh tứ giác BHCM là hình bình hành và $AB.AC=AM.AD$.
- Cho BC cố định, A di động trên cung lớn BC sao cho ABC có ba góc nhọn; BE cắt (O) tại I, CF cắt (O) tại J. Chứng minh đoạn IJ có độ dài không đổi.

Bài 27. Cho đường tròn tâm O, điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm).

- Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp.
- Kẻ cát tuyến AMN của (O) sao cho M nằm giữa A và N, tia AN nằm giữa hai tia AO và AC. Gọi H là giao điểm của AO và BC. Chứng minh $AC^2 = AM \cdot AN$.
- Gọi D là trung điểm của MN. Tia CD cắt (O) tại điểm thứ hai E. Chứng minh $OD \perp BE$.
- Gọi I là giao điểm của AN và BC. Chứng minh $\frac{1}{S_{\triangle ABM}} + \frac{1}{S_{\triangle ABN}} = \frac{2}{S_{\triangle ABI}}$.

Bài 28. Cho đường tròn (O; R), đường kính AB. Trên tia đối của tia BA lấy điểm C (C không trùng với B). Kẻ tiếp tuyến CD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm), tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CD tại E. Gọi H là giao điểm của AD và OE, K là giao điểm của BE với đường tròn (O) (K không trùng với B).

- Chứng minh tứ giác AEDB nội tiếp.
- Chứng minh $\triangle EHK \sim \triangle EBO$.
- Cho $BC = 4\text{cm}$, $CD = \sqrt{32}\text{cm}$. Tính bán kính của đường tròn (O).
- Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M. Chứng minh $\frac{AE}{EM} - \frac{EM}{CM} = 1$.

Bài 29. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại M và N. Gọi H là giao điểm của BN và CM.

- Chứng minh tứ giác AMHN nội tiếp.
- Chứng minh $MA.MB = MH.MC$.
- Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng MN. Gọi E là giao điểm của đường thẳng MN và tiếp tuyến của (O) tại điểm C. Qua C kẻ đường thẳng song song với BN, cắt AB tại K. Chứng minh $NDC = EOC$ và ba điểm O, E, K thẳng hàng.

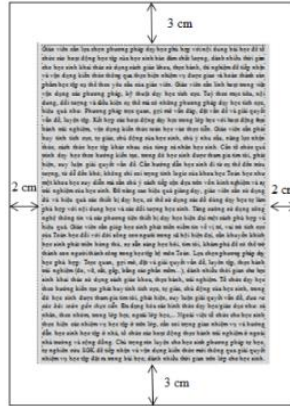
Bài 30. Cho đường tròn tâm (O; R) và dây BC cố định. Trên tia đối của tia BC lấy điểm A. Kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M và N là các tiếp điểm, N thuộc cung nhỏ BC). Gọi H là trung điểm của dây BC.

- Chứng minh bốn điểm A, M, O, H cùng thuộc một đường tròn.
- MN cắt OA tại điểm I. Chứng minh $AI \cdot AO = AM^2$.
- Tia MH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. Giả sử 3 điểm A, B, C cố định, đường tròn (O) di động. Chứng minh $ND \parallel AC$ và đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

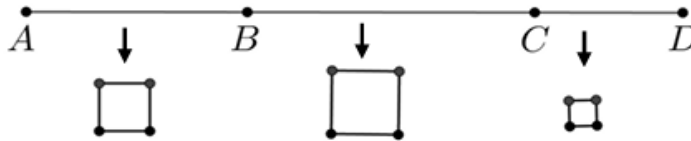
Phần IV. Bài tập nâng cao

Bài 31. Cho a, b, c là các số thực làm cho phương trình ẩn x sau có nghiệm: $x^2 - 2(2a-b)x + 5a^2 - 4ab + 2b^2 - 1 = 0$. Chứng minh rằng: $a^{2000} + b^{2001} < 2$

Bài 32. Cho một trang giấy biết phần màu xám trong hình vẽ dưới đây chứa một đoạn văn bản có diện tích 384cm^2 . Biết rằng trang giấy được căn lề trái 2cm , lề phải 2cm , lề trên 3cm và lề dưới 3cm . Tìm chiều dài và chiều rộng của trang giấy để trang giấy có diện tích nhỏ nhất.

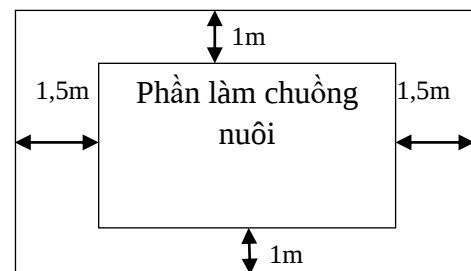


Bài 33. Để chuẩn bị cho ngày 8/3 bạn An dự định trang trí bảng tin của lớp bằng các họa tiết hình vuông. Để tạo ra các hình vuông, bạn An cắt mỗi đoạn dây dài 45 cm thành 3 đoạn nhỏ. Sau đó mỗi đoạn nhỏ được uốn lại thành một hình vuông (hình bên dưới). Hỏi phải chia đoạn dây thành 3 phần có độ dài như thế nào để tổng diện tích các hình vuông có giá trị nhỏ nhất.



Bài 34. Trong ngày hội cắm trại hoạt động trải nghiệm, lớp 9A dự định trang trí công trại hình tam giác đều ABC có cạnh 4 m. Lớp 9A cần làm cửa ra vào hình chữ nhật MNPQ sao cho đỉnh M và đỉnh N nằm trên cạnh BC, đỉnh P và đỉnh Q theo thứ tự nằm trên cạnh AC và cạnh AB (hình vẽ). Hỏi có thể làm cửa ra vào hình chữ nhật MNPQ với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

Bài 35. Bác Nam dự định dành ra một thửa đất có dạng hình chữ nhật trong mảnh đất lớn của gia đình để làm khu chăn nuôi. Bác dự định để phần đất ở giữa dạng hình chữ nhật để làm chuồng nuôi, phần còn lại ốp gạch làm lối đi (như hình bên). Biết tổng diện tích chuồng nuôi và lối đi là 864 m^2 . Hỏi bác Nam nên chọn các kích thước của thửa đất là bao nhiêu để diện tích phần chuồng nuôi là lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.



Bài 35.

Trong khu công viên mới xây có một phần sân chơi hình tròn cho thiếu nhi với đường kính 20 mét. Người ta dự định trồng một bồn hoa hình chữ nhật sao cho 4 đỉnh của bồn hoa nằm trên đường tròn như hình vẽ. Tính diện tích lớn nhất có thể xây được của bồn hoa hình chữ nhật đó.

