SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK
TRƯỜNG THPT SỐ 1 LÊ HỒNG PHONG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TRƯỜNG
NĂM HỌC 2025 – 2026
Môn thi: Toán – Khối lớp: 10
Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 02 trang, 05 câu)

Câu 1: ***(5,0 điểm).***

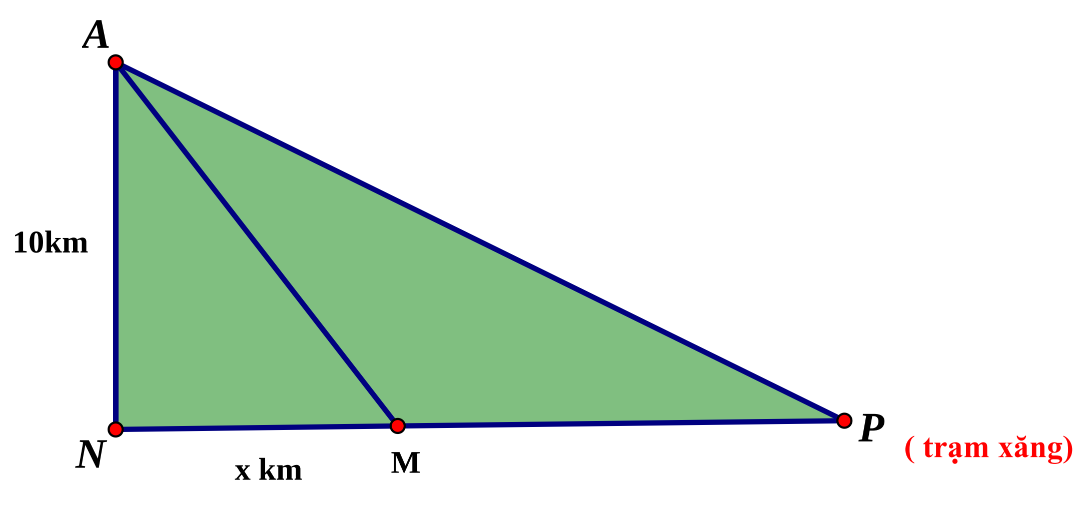
a). Cho hàm số $y=x^2-4x+1$, có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y=x+7$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và đồ thị (P).

b). Tìm giá trị thực m để bất phương trình $(m+1)x^2-2mx-m+3<0$ vô nghiệm.

Câu 2:*(4,0 điểm).*

a). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2-y=y^2+x \\ x^2+3y^2=5+xy \end{cases}$ $;x,y\in\mathbb{R}$.

b). Một nhà địa chất đang ở vị trí A trên sa mạc, cách con đường thẳng 10 km $(AN=10\ km)$. Trên con đường , xe của nhà địa chất chạy với vận tốc $50\ km/h$, còn trên sa mạc chỉ chạy với vận tốc $30\ km/h$. Nhà địa chất cần đi đến trạm xăng tại vị trí P nằm trên con đường, biết rằng $NP=25\ km$. Trên đoạn đường từ vị trí N đến trạm xăng P có một vị trí M , nhà địa chất muốn đi từ vị trí A qua sa mạc đến vị trí M rồi đi trên đường đến trạm xăng P (như hình vẽ).



Biết tổng thời gian nhà địa chất đi hết 46 phút. Hỏi vị trí M cách vị trí N bao nhiêu kilômét (km).

Câu 3:*(5,0 điểm).*

a). Cho tam giác ABC có $AB=c;AC=b;BC=a$. Gọi h_a là đường cao kẻ từ đỉnh A, p là nửa chu vi tam giác ABC. Giải sử tam giác ABC thỏa mãn $h_a=\sqrt{p(p-a)}$. Chứng minh ABC là tam giác cân.

b). Cho tam giác ABC, lấy các điểm I,J,K sao cho $\overrightarrow{IB}-3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$, $\overrightarrow{JA}=3\overrightarrow{CJ}$, $\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}=\vec{0}$. Chứng minh ba điểm I,J,K thẳng hàng.

Câu 4: ***(3,0 điểm).***

Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn $3ab+bc+2ac=6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{a^2+1}+\dfrac{4}{b^2+4}+\dfrac{9}{c^2+9}$.

Câu 5: ***(3,0 điểm)***

Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì $2^{2^{4n+1}}+7$ chia hết cho 11.

--------- Hết --------

- *Học sinh không được sử dụng tài liệu*
- *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*

Họ và tên thí sinh: ……………………………………….; SBD:……………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK
TRƯỜNG THPT SỐ 1 LÊ HỒNG PHONG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TRƯỜNG
NĂM HỌC 2025 – 2026
Môn thi: Toán – Khối lớp: 10
Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

(Hướng dẫn chấm gồm 05 trang, 05 câu)

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu 1. ***(5,0 điểm)***...

a. (2,0điểm) Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 1$,có đồ thi (P) và đường thẳng $(d): y = x + 7$, Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và đồ thị (P).

-(0,5 điểm) .

Phương trình hoành độ giao điểm : $x^2 - 4x + 1 = x + 7 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 6 \end{array}\right.$.

-(0,5 điểm) . Với $x = -1$ thay vào (d) ta được $y = 6$, ta có giao điểm $(-1;6)$.

-(0,5 điểm) .Với $x = 6$ thay vào (d) ta được $y = 13$,ta có giao điểm $(6;13)$.

-(0,5 điểm) .Vậy đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm có tọa độ là $(-1;6)$ và $(6;13)$.

b. (3 ,0điểm).Tìm giá trị thực m để bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - m + 3 < 0$ vô nghiệm.

-(0,5 điểm) .Đặt $f(x) = (m+1)x^2 - 2mx - m + 3$,

để BPT (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

-(0,5 điểm) .Với $m = -1 \Rightarrow f(x) = 2x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$ không thỏa mãn $\Rightarrow m = -1$ loại.

-(0,5 điểm) .Với $m \neq -1$, $f(x) = 0$, có $\Delta' = 2m^2 - 2m - 3$.

-(0,5 điểm) .Để $f(x) \geq 0, \forall \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$.

-(0,5 điểm) .$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 2m^2 - 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ \dfrac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \dfrac{1+\sqrt{7}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \dfrac{1+\sqrt{7}}{2}$.

-(0,5 điểm) . Vậy $m \in \left[\dfrac{1-\sqrt{7}}{2}; \dfrac{1+\sqrt{7}}{2}\right]$ thì BPT (1) vô nghiệm.

Câu 2. ***(4,0điểm)***

a. (2,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - y = y^2 + x & (1) \\ x^2 + 3y^2 = 5 + xy & (2) \end{cases}$.

-(0,5 điểm) . Ta có $x^2 - y = y^2 + x \Leftrightarrow x^2 - y^2 = x + y \Leftrightarrow (x+y)(x-y-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = -x \\ y = x - 1 \end{array}\right.$

.

-(0,5 điểm) . Với $y = -x$ thay vào (2) biến đổi ta được PT : $x^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -1 \Rightarrow y = 1 \end{array}\right.$.

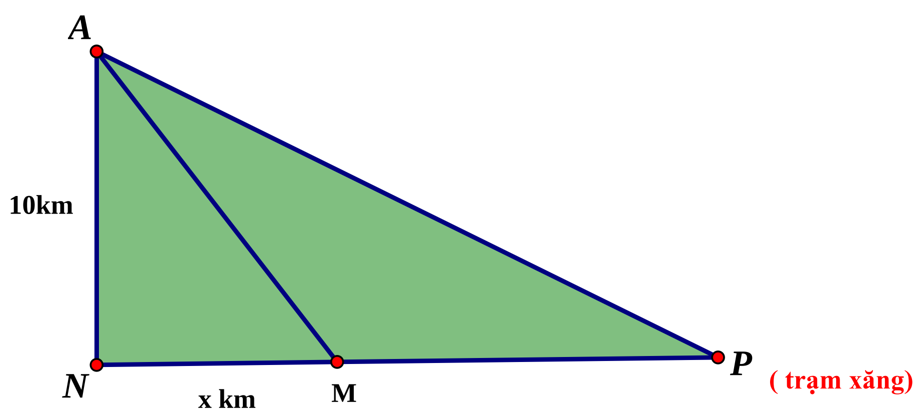
-(0,5 điểm) . Với $y = x - 1$ thay vào (2) biến đổi ta được

$$3x^2 - 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = 1 \\ x = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow y = \dfrac{-4}{3} \end{array}\right..$$

-(0,5 điểm) . Vậy hệ phương trình đã cho có các nghiệm $(1;-1), (-1;1), (2;1), \left(-\dfrac{1}{3}; \dfrac{-4}{3}\right)$

.

b. (2,0 điểm). Một nhà địa chất đang ở vị trí A trên sa mạc, cách con đường thẳng 10 km $(AN = 10\ km)$. Trên con đường , xe của nhà địa chất chạy với vận tốc $50\ km/h$, còn trên sa mạc chỉ chạy với vận tốc $30\ km/h$. Nhà địa chất cần đi đến trạm xăng tại vị trí P nằm trên con đường, biết rằng $NP = 25\ km$. Trên đoạn đường từ vị trí N đến trạm xăng P có một vị trí M , nhà địa chất muốn đi từ vị trí A qua sa mạc đến vị trí M rồi đi trên đường đến trạm xăng P (như hình vẽ).



Biết tổng thời gian nhà địa chất đi hết 46 phút. Hỏi vị trí M cách vị trí N bao nhiêu kilômét (km).

-(0,5 điểm) . Ta có quảng đường $AM = \sqrt{10^2 + x^2}$; $MP = 25 - x$; $(0 < x < 25)$.

-**(0,5 điểm) .** Thời gian nhà địa chất đi từ A đến M và từ M đến trạm xăng P là $\frac{\sqrt{10^2+x}}{30}+\frac{25-x}{50}(h)$.

-**(0,5 điểm) .** Tổng thời gian đi hết $46\,phut=\frac{23}{30}(h)$,

Ta có phương trình $\frac{\sqrt{10^2+x}}{30}+\frac{25-x}{50}=\frac{23}{30}\Leftrightarrow 5\sqrt{100+x^2}=40+3x$, (*) , với đk $0<x<25$.

-**(0,5 điểm) .** Bình phương hai vế phương trình (*) và biến đổi ta được $4x^2-60x+225=0\Leftrightarrow x=7{,}5$. Vậy $NM=7{,}5\ km$.

Câu 3. ***(5,0điểm)***

a). (2,0 điểm). Cho tam giác ABC có $AB=c; AC=b; BC=a$. Gọi h_a là đường cao kẻ từ đỉnh A, p là nửa chu vi tam giác ABC. Giải sử tam giác ABC thỏa mãn $h_a=\sqrt{p(p-a)}$. Chứng minh ABC là tam giác cân.

-**(0,5 điểm) .** Ta có $S=\frac{1}{2}ah_a\Rightarrow S=\frac{1}{2}a\sqrt{p(p-a)}\Rightarrow S^2=\frac{1}{4}a^2p(p-a)$ (1)

-**(0,5 điểm) .** Theo công thức Heron ta có

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\Rightarrow S^2=p(p-a)(p-b)(p-c)$ (2) **.** Từ (1) và (2) ta có

$\frac{1}{4}a^2p(p-a)=p(p-a)(p-b)(p-c)\Leftrightarrow a^2=4(p-b)(p-c)$

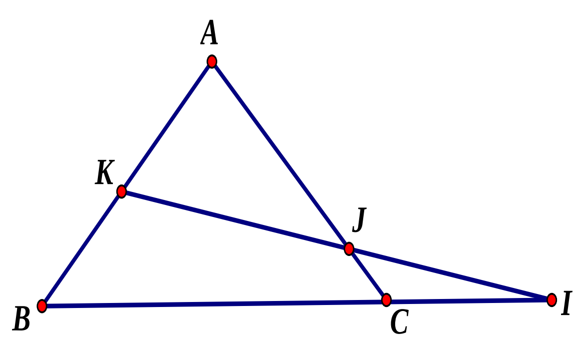
-**(0,5 điểm) .** $\Leftrightarrow a^2=4\left(\frac{a+b+c}{2}-b\right)\left(\frac{a+b+c}{2}-c\right)\Leftrightarrow a^2=(a+c-b)(a+b-c)$

-**(0,5 điểm) .** $\Leftrightarrow (b-c)^2=0\Leftrightarrow b=c$. Vậy tam giác ABC cân tại A

b) (3,0 điểm). Cho tam giác ABC, lấy các điểm I,J,K sao cho $\overrightarrow{IB}-3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$, $\overrightarrow{JA}=3\overrightarrow{CJ}$, $\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}=\vec{0}$. Chứng minh ba điểm I,J,K thẳng hàng.

-**(0,5 điểm) .** Ta có $\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{KB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$;

$\overrightarrow{IB}-3\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{IB}-3(\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC})=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{BI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$



-**(0,5 điểm) .**

$\overrightarrow{JA}=3\overrightarrow{CJ}\Rightarrow\overrightarrow{JA}=3\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AJ}\right)\Rightarrow\overrightarrow{AJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

-**(0,5 điểm) .** Với $\overrightarrow{KJ}=\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{AJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ (1)

-(0,5 điểm) . Với $\overrightarrow{KI}=\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{BI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ mà $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$ suy ra

-(0,5 điểm) . $\overrightarrow{KI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)\Rightarrow\overrightarrow{KI}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ (2)

-(0,5 điểm) .Từ (1) và (2) ta có $\overrightarrow{KI}=2\overrightarrow{KJ}$ .Vậy ba điểm K,J,I thẳng hàng.

Câu 4. (*3,0 điểm*). Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn $3ab+bc+2ac=6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{1}{a^2+1}+\frac{4}{b^2+4}+\frac{9}{c^2+9}$.

-(0,5 điểm) . Đặt $a=x;b=2y;c=3z$ suy ra $3ab+bc+2ac=6\Rightarrow xy+yz+zx=1$

$$\Rightarrow P=\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{y^2+1}+\frac{1}{z^2+1}$$

-(0,5 điểm) . , ta có $\frac{1}{x^2+1}=\frac{1}{x^2+xy+yz+zx}=\frac{1}{(x+y)(x+z)}$;

$$\frac{1}{y^2+1}=\frac{1}{y^2+xy+yz+zx}=\frac{1}{(y+x)(y+z)};\frac{1}{z^2+1}=\frac{1}{z^2+xy+yz+zx}=\frac{1}{(z+y)(z+x)}$$

-(0,5 điểm) . suy ra $P=\frac{1}{(x+y)(x+z)}+\frac{1}{(y+x)(y+z)}+\frac{1}{(z+x)(z+y)}=\frac{2(x+y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$

-(0,5 điểm) . Ta có

$$P=\frac{2(x+y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}=\frac{2(x+y+z)(xy+yz+zx)}{(x+y)(y+z)(z+x)}=\frac{2(x+y)(y+z)(z+x)+2xyz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

-(0,5 điểm) . Suy ra $P=2+\frac{2xyz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$, ta có

$$x+y\ge2\sqrt{xy};(y+z)\ge2\sqrt{yz};(z+x)\ge2\sqrt{zx}$$

-(0,5 điểm) . Do đó $P\le2+\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$. Vậy $\max(P)=\frac{9}{4}$ đạt được khi

$$x=y=z=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow a=\frac{1}{\sqrt{3}};b=\frac{2}{\sqrt{3}};c=\sqrt{3}$$

Câu 5. (3,0.*điểm)*.Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì $2^{2^{4n+1}}+7$ chia hết cho 11.

-(0,5 điểm) . Ta có $2^4 \equiv 6 \pmod{10}$ suy ra $2^{4n+1} \equiv 2 \pmod{10}$.

-(0,5 điểm) . Suy ra $2^{4n+1} = 10q+2,\ (q \in \mathbb{N}) \Rightarrow 2^{2^{4n+1}} = 2^{10q+2}$

-(0,5 điểm) . Theo định lí Fetmat nhỏ ta có $2^{10} \equiv 1 \pmod{11}$ suy ra $2^{10q} \equiv 1 \pmod{11}$.

-(0,5 điểm) . Do đó $2^{10q+2} \equiv 4 \pmod{11}$ hay $2^{2^{4n+1}} \equiv 4 \pmod{11}$.

-(0,5 điểm) . mặt khác $7 \equiv 7 \pmod{11}$.

-(0,5 điểm) . Suy ra $2^{2^{4n+1}}+7 \equiv 0 \pmod{11}$.Vậy $2^{2^{4n+1}}+7$ chia hết cho 11.

--------- Hết --------

- *Học sinh không được sử dụng tài liệu*
- *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*