

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Đại số: Chương VI. Phân thức đại số

2. Hình học: Chương IX. Tam giác đồng dạng

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP THAM KHẢO

Bài 1. Rút gọn các phân thức sau:

a) $A = \frac{2x^3 - 4x^2}{3x^2 - 6x}$

b) $B = \frac{x^2 - xy + x - y}{x^2 + xy + x + y}$

c) $C = \frac{2a + 2b - 2}{(a-1)^2 - b^2}$

d) $D = \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)(x+3) + x^2 - 1}$

e) $E = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + x - 2}$

f) $F = \frac{a^2 - 2ab + b^2 - 4}{a^4 - a^3b - 2a^3}$

Bài 2. Cho biểu thức: $A = \frac{1-x}{2+x} - \frac{x-1}{x-2} + \frac{4-x^3}{4-x^2}$ ($x \neq 2; x \neq -2$)

a) Rút gọn A

b) Tính giá trị của A tại $x = -0,25$

c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Bài 3. Cho biểu thức: $B = \frac{(13-x)x}{x^2-9} + \frac{x+2}{3-x} + \frac{2x-1}{x+3}$ ($x \neq 3; x \neq -3$)

a) Rút gọn B

b) Tính giá trị của B tại $|x| = \frac{1}{2}$ biết $x < 0$.

Bài 4. Cho biểu thức: $C = \frac{x+1}{x} - \frac{x}{1-2x} - \frac{3x^2}{2x^2-x}$ ($x \neq 0; x \neq \frac{1}{2}$)

a) Rút gọn C

b) Tìm x để C = 0

Bài 5. Cho biểu thức: $D = \frac{6x}{4x^2-9} - \frac{x}{3-2x} + \frac{x}{2x+3} - 1$ ($x \neq \frac{3}{2}; x \neq \frac{-3}{2}$)

a) Rút gọn D

b) Tìm x biết $D = -\frac{1}{2}$

c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức D nhận giá trị nguyên.

Bài 6. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} + \frac{2x+4}{4-x^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{5}{x-3} \right)$ và $x \neq 2; x \neq -2; x \neq 3$

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P khi $x = -1$

c) Tìm x để $P = \frac{2}{3}$

d) Tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức P là một số tự nhiên.

Bài 7. Cho hai biểu thức:

$$P = \frac{x^2+x}{x+3} \text{ và } Q = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{3-x}{x^2-1} \text{ với } x \neq \pm 1, x \neq -3.$$

a) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 2$

b) Rút gọn biểu thức Q

c) Đặt $M = P.Q$. Tìm các giá trị của x để $|M| = \frac{3}{2}$.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của M với $x \in \mathbb{N}$.

Bài 8. Cho biểu thức $A = \frac{x+1}{x^2-2x}$ và $B = \frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} - \frac{16}{4-x^2}$ với $x \neq \pm 2; x \neq 0; x \neq -1$.

a) Tính giá trị của A khi $|x-2| = 1$.

b) Chứng minh $B = \frac{8}{x-2}$

c) Đặt $P = B : A$. Rút gọn biểu thức P.

d) Tìm x nguyên dương để P là số tự nhiên.

e) Tìm x nguyên âm để P nhận giá trị lớn nhất.

Bài 9. Một đoàn tàu chở khách đi một quãng đường 500 km, trong đó có 50 km đường qua thành phố và 450 km đường qua vùng rừng núi. Biết tốc độ tàu khi chạy qua thành phố kém 30 km/h so với tốc độ tàu khi chạy qua vùng rừng núi. Gọi x (km/h) là tốc độ tàu chạy qua vùng rừng núi. Viết phân thức biểu thị theo x:

a) Thời gian tàu chạy qua vùng rừng núi;

b) Thời gian tàu chạy qua thành phố;

c) Thời gian tàu chạy trên cả quãng đường.

Bài 10. Một hàng rào 2m được dựng bao quanh một mảnh vườn hình chữ nhật với diện tích $90m^2$. Gọi độ dài một cạnh của mảnh vườn là $x(m) (x > 0)$.

a) Viết biểu thức theo x biểu diễn độ dài cạnh còn lại của mảnh vườn.

b) Tính chu vi của mảnh vườn khi $x = 5m$. Tiền công để rào $1m^2$ hàng rào là 20000 đồng. Hỏi nếu có 1500000 đồng thì có đủ tiền công để rào hết mảnh vườn hay không? Biết rằng xung quanh mảnh vườn đã có sẵn trụ rào.

Bài 11. Để hưởng ứng phong trào Tết trồng cây, chi đoàn thanh niên dự định trồng 120 cây xanh.

Khi bắt đầu thực hiện, chi đoàn được tăng cường thêm 3 đoàn viên. Gọi x là số đoàn viên ban đầu của chi đoàn và giả sử số cây mỗi đoàn viên trồng là như nhau. Viết phân thức biểu thị theo x:

a) Số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định;

b) Số cây mỗi đoàn viên trồng theo thực tế;

c) Số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định nhiều hơn số cây mỗi đoàn viên trồng theo thực tế.

Bài 12. Một ca nô chạy ngược dòng 120 km, sau đó chạy xuôi dòng 96 km trên cùng một dòng sông với vận tốc của dòng nước là 3 km/h. Gọi vận tốc của ca nô khi nước yên lặng là $x(km/h) (x > 2)$. Biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 60 phút. Viết phân thức biểu thị theo x

a) Thời gian xuôi dòng.

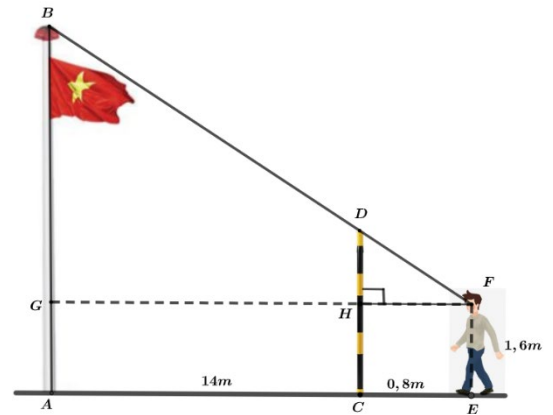
b) Thời gian ngược dòng.

c) Thời gian ca nô chạy xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng.

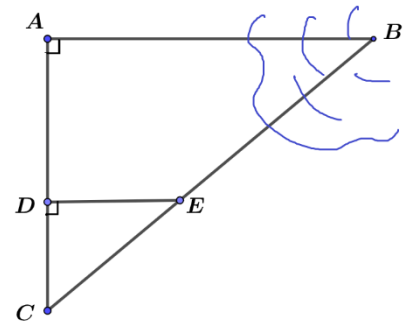
Bài 13. Bác Châu vay ngân hàng 1,2 tỉ đồng để mua nhà theo hình thức trả góp. Số tiền bác Châu phải trả mỗi tháng bao gồm số tiền gốc phải trả hằng tháng (bằng số tiền gốc chia đều cho số tháng vay) và số tiền lãi phải trả hằng tháng (bằng số tiền gốc nhân với lãi suất tháng). Nếu

mỗi tháng bác Châu trả 15 triệu đồng trong 10 năm thì lãi suất năm (tính theo %) là bao nhiêu? Tính tổng số tiền thực tế bác Châu phải trả chênh lệch bao nhiêu so với khoản vay 1,2 tỉ đồng.

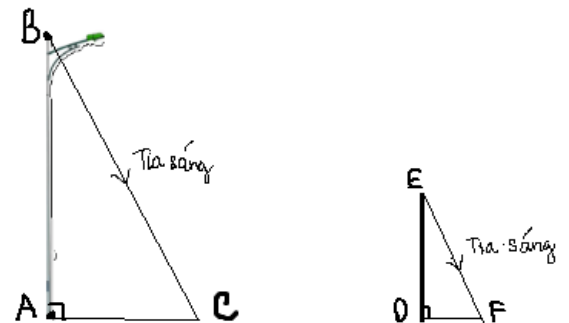
Bài 14. Trong giờ thực hành ngoài trời, bạn An muốn đo chiều cao cột cờ của trường bằng một cọc được chôn xuống đất. Cọc cao $2m$ và đặt cách cột cờ $14m$, khoảng cách từ chân đến mắt của An là $1,6m$. Sau khi bạn An lùi ra xa cách cọc $0,8m$ thì nhìn thấy đỉnh cọc và ngọn cờ cùng nằm trên một đường thẳng. Hỏi cột cờ cao bao nhiêu mét?



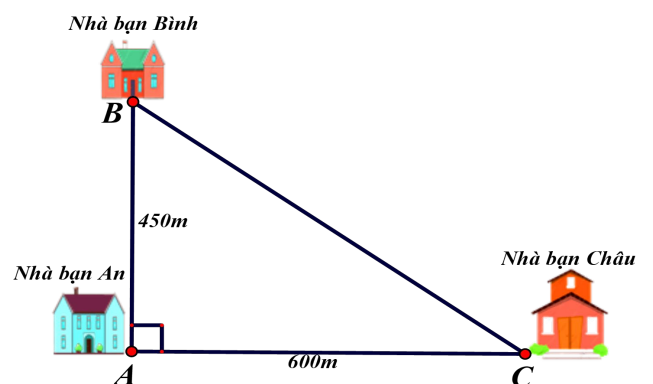
Bài 15. Để đo khoảng cách giữa hai điểm A và B, bạn Mai đã dùng các cọc tiêu tại các vị trí C, D, E (như hình vẽ) và thước dây để đo được $DE = 12m$, $CD = 10cm$, $AD = 15m$. Tính AB.



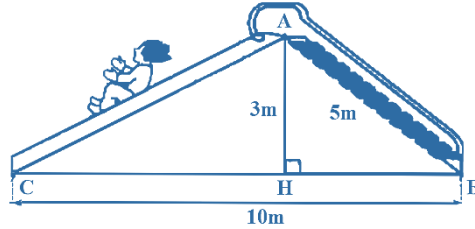
Bài 16. Bóng của một cột điện trên mặt đất có độ dài là $4,5m$. Cùng thời điểm đó, một thanh sắt cao $2,1m$ cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài $0,6m$. Tính chiều cao của cột điện.



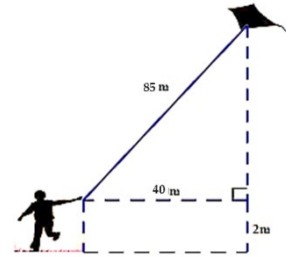
Bài 17. Nhà bạn An (vị trí A trên hình vẽ) cách nhà bạn Châu (vị trí C trên hình vẽ) $600m$ và cách nhà bạn Bình (vị trí B trên hình vẽ) $450m$. Biết rằng 3 vị trí: nhà An, nhà Bình và nhà Châu là 3 đỉnh của một tam giác vuông (như hình vẽ). Hãy tính khoảng cách từ nhà Bình đến nhà Châu.



Bài 18. Tính chiều dài đường trượt AC trong hình vẽ trên (kết quả làm tròn hàng phần mười).



Bài 19. Một bạn học sinh thả điều ngoài đồng, cho biết đoạn dây điều từ tay bạn đến điều dài $85m$ và bạn đứng cách nơi điều được thả lên theo phương thẳng đứng là $40m$. Tính độ cao của con điều so với mặt đất, biết tay bạn học sinh cách mặt đất $2m$.



Bài 20. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH.

- Chứng minh $\triangle ABC$ và $\triangle HBA$ đồng dạng.
- Trên cạnh HC lấy điểm M sao cho $HM = HA$. Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng BC, cắt cạnh AC tại D. Chứng minh $CD.CA = CM.CB$.
- Cho $AB = 6cm$; $BH = 3,6cm$. Tính diện tích $\triangle ABC$.

Bài 21. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

- Chứng minh $\triangle AHB \sim \triangle CAB$
- Chứng minh $AH^2 = HB.HC$
- Cho $AC = 10cm$, $CH = 8cm$. Tính độ dài AH và diện tích tam giác ABC.
- Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AH và CH. Gọi I là giao điểm của AN và BM. Chứng minh $BM \perp AN$ và $AH^2 = 4MB.MI$.

Bài 22. Cho $\triangle ABC$ vuông tại B có $AB = 12cm$, $BC = 9cm$, đường cao BH ($H \in AC$).

- Chứng minh $\triangle BAC$ đồng dạng với $\triangle HAB$.
- Tính AC và AH.
- Kẻ đường phân giác BD của tam giác HBC và đường phân giác AM của tam giác ABC ($D \in AC, M \in BC$), AM cắt BH và BD lần lượt tại E và F. Chứng minh $\triangle BEF$ đồng dạng với $\triangle AEH$ và F là trung điểm của BD.

Bài 23. Cho hình chữ nhật ABCD ($AD < AB$); gọi O là giao điểm hai đường chéo. Kẻ đường thẳng d vuông góc với DB tại D, d cắt tia BC tại E.

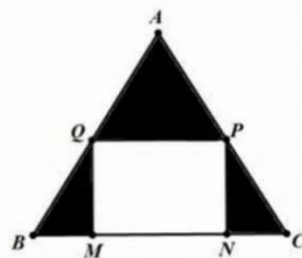
- Chứng minh: $\triangle DBE$ đồng dạng với $\triangle CDE$.
- Kẻ CH vuông góc với DE tại H. Chứng minh: $DC^2 = CH.DB$.
- Gọi K là giao điểm của OE và HC. Chứng minh: K là trung điểm của HC.
- Chứng minh ba đường thẳng OE, DC, BH đồng quy.

Bài 24. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c + ab + bc + ac = \frac{9}{4}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = a^2 + b^2 + c^2$.

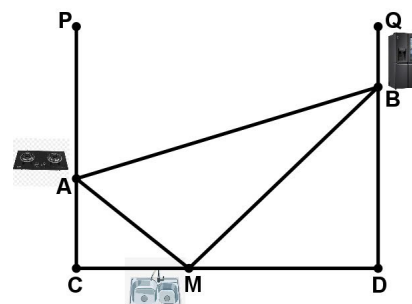
Bài 25. Một sân bay có dịch vụ gửi hành lý với 150 tủ chứa đồ cho thuê với giá mỗi tủ là 200 nghìn đồng một ngày. Với giá hiện tại, tất cả các ngày đều được thuê kín chỗ. Do chi phí vận hành tăng nên giá cho thuê đang được xem xét điều chỉnh. Theo quy định, mức tăng giá là bội số của 10 nghìn đồng và sẽ được thí điểm lần lượt các mức trong một thời gian nhất định. Sau một thời gian thí điểm, nhà quản lý nhận thấy với mỗi 10 nghìn đồng tăng thêm, có 5 tủ bị bỏ trống không có người thuê trong ngày tương ứng. Hỏi mức giá chính thức mới cần được tăng lên bao nhiêu để doanh thu một ngày là lớn nhất?

Bài 26. Bác Bình có một miếng đất hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 20m. Bác Bình dự định chia khu đất đó thành một số phần diện tích để trồng cây và làm một ngôi nhà có nền nhà là hình chữ nhật $MNPQ$ (như hình vẽ). Hỏi vị trí điểm M cách B một khoảng là bao nhiêu để diện tích nền nhà là lớn nhất.



Bài 27. Tam giác bếp là 3 khu vực nhận nhiệm vụ chính trong thiết kế bếp gồm tủ lạnh, chậu rửa và bếp. Việc sắp xếp chúng một cách hợp lý sẽ giúp cho công việc trong nhà bếp thực hiện một cách hiệu quả.

Có một cái tủ bếp hình chữ U (PCDQ) (hình vẽ bên). Vị trí chậu rửa (M) được thiết kế cố định trên CD. Tìm vị trí đặt bếp nấu (A) trên CP và tủ lạnh (B) trên DP để $\triangle AMB$ là tam giác vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất.



---Hết---