Trường THPT số 1 Ngô Gia Tự

Tổ: Toán -Tin

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG

NĂM HỌC 2025-2026

Môn: **Toán 12**

Thời gian làm bài: 180 phút (*không kể thời gian phát đề*)

Câu 1 (4 điểm).

1.1. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(2m+1)x+m$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

1.2. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm $(0<x\le 2500)$, tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $f(x)=2\,006x-x^2$ và tổng chi phí là $g(x)=x^2+1\,438x-1\,209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) $(0<t<320)$. Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

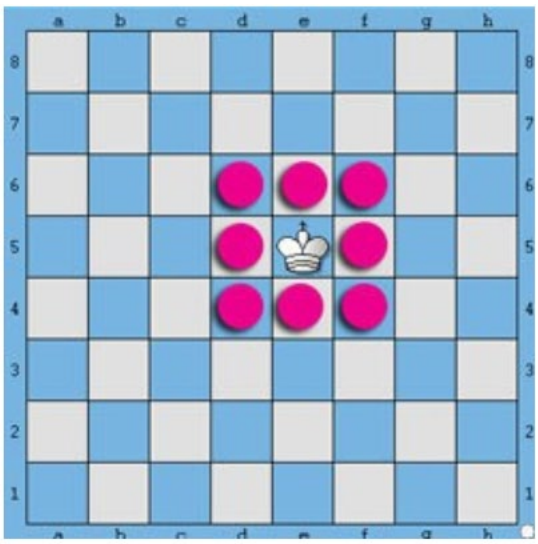
Câu 2 (4 điểm).

2.1 Giải phương trình: $\log_{2+\sqrt{5}}(x^2-2x-11)=\log_{2\sqrt{2+\sqrt{5}}}(x^2-2x-12)$ (1)

2.2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}(y-2).\sqrt{x+2}-x\sqrt{y}=0\\ \sqrt{x+1}.\left(\sqrt{y}+1\right)=(y-3)\left(1+\sqrt{x^2+y-3x}\right)\end{cases}$ với $x,y\in\mathbb{R}$.

Câu 3 (4 điểm).

3.1. Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ vua. Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc chung đỉnh với ô đang đứng (xem hình minh họa). Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất để sau 3 bước đi quân vua trở về ô xuất phát.



3.2.. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn : $\begin{cases} u_1 = 2019 \\ u_{n+1} = u_n^2 - 4035u_n + 2018^2 \end{cases}$

a) Tính $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

b) $x_n = \dfrac{1}{u_1 - 2017} + \dfrac{1}{u_2 - 2017} + ... + \dfrac{1}{u_n - 2017}$. Tính $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n$

Câu 4 (4 điểm).

4.1. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 120°$. Biết các đường thẳng $A'A, A'B, A'C$ cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng $60°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB', CC'. Tính khoảng cách giữa AD và mặt phẳng $(D'MN)$

4.2. Ở phường Tân An, có hai trạm phát sóng wifi A, B đặt trên 2 trụ cao 20m và hai trụ này cách nhau 500m. Trạm A có tầm phát sóng 400m, trạm B có tầm phát sóng 300m. Trên mặt đất có nút giao hai con đường ở vị trí C cách chân hai trạm phát sóng A và B lần lượt là 600m và 400m. Biết có 1 Flycam đang bay trên không trung trong vùng phủ sóng sóng wifi của trạm A hoặc trạm B và một ô tô đang di chuyển trên con đường thẳng nối từ chân trạm A đến C, rồi cua vào đường thẳng từ C đến chân trạm B. Hỏi khoảng cách lớn nhất có thể của Flycam với ô tô là bao nhiêu mét (giả sử chân trụ trạm A và B ở sát cạnh đường và Flycam được điều khiển bởi sóng wifi này nên khi ra ngoài vùng phủ sóng của trạm A và B thì sẽ bị rơi---

Câu 5 (4 điểm).

5.1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Hai đường phân giác BD và CE cắt nhau ở O. Biết số đo diện tích tam giác BOC bằng a. Tính tích $BD.CE$ theo a.

5.2. Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Có bao nhiêu cách chọn một bộ 3 số phân biệt của A (không tính thứ tự) để hiệu của 2 số bất kỳ trong 3 số đó có giá trị tuyệt đối không nhỏ hơn 2.

-------Hết.------

Trường THPT số 1 Ngô Gia Tự	**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG**
Tổ: Toán -Tin	**NĂM HỌC 2025-2026**
ĐỀ CHÍNH THỨC	Môn: **Toán 12**
	Thời gian làm bài: 180 phút (*không kể thời gian phát đề*)

HƯỚNG DẪN CHẤM

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Đáp án</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td colspan="3">Câu 1. (4 điểm)</td></tr>
<tr><td>1.1
(2 điểm)</td><td>Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(2m+1)x+m$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

$y'=x^2+2(m-1)x+2m+1$

Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(2m+1)x+m$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)\Leftrightarrow y'\le 0\ \forall x\in(0;3)$

$\Leftrightarrow x^2+2(m-1)x+2m+1\le 0\ \forall x\in(0;3)$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1+2m(x+1)\le 0\ \forall x\in(0;3)$

$\Leftrightarrow 2m(x+1)\le -x^2+2x-1\ \forall x\in(0;3)$

$\Leftrightarrow m\le\frac{-x^2+2x-1}{2(x+1)}\ \forall x\in(0;3)$.

Xét hàm số $g(x)=\frac{-x^2+2x-1}{2(x+1)}, x\in(0;3)$.

$g'(x)=\frac{-x^2-2x+3}{2(x+1)^2}$.</td><td>

0.5

0.5</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in(0;3) \\ x=-3\notin(0;3) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên hàm số $g(x)$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & 0 & & 1 & & 3 \\ \hline g'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline & & & 0 & & \\ g(x) & & \nearrow & & \searrow & \\ & -\frac{1}{2} & & & & -\frac{1}{2} \end{array}$$

Từ bảng biến thiên hàm số $g(x)$ trên $(0;3)$ suy ra $m\le -\frac{1}{2}$ là thỏa mãn yêu cầu bài toán.

</td>
<td>0.5

0.5</td>
</tr>
<tr>
<td>1.2
(2điểm)</td>
<td>

Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm $(0 < x \le 2500)$, tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $f(x)=2\,006x-x^2$ và tổng chi phí là $g(x)=x^2+1\,438x-1\,209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) $(0 < t < 320)$. Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

Hàm thuế phụ thu về nhà nước là $t(x)=t.x \quad (t\in(0;320))$ (nghìn đồng), hàm số lợi nhuận của doanh nghiệp là

$L(x)=f(x)-g(x)-t(x)=2\,006x-x^2-(x^2+1\,438x-1\,209)-tx \quad ($

$L(x)=-2x^2+(568-t)x+1209 \quad (x\in(0;2500];t\in(0;320))$

Ta có $L'(x)=-4x+(568-t)$

</td>
<td>0.5

0.5</td>
</tr>
</table>

Xét $L'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{(568-t)}{4} \in (0;2500], \forall t \in (0;320)$

x	0		$\frac{568-t}{4}$		2500
$L'(x)$		$+$	0	$-$	
$L(x)$		$\nearrow$	$Max\, L(x)$	$\searrow$	

Vậy giá trị lớn nhất lợi nhuận của doanh nghiệp đạt được khi $x=\frac{568-t}{4}$.

0.5

Khi đó hàm thuế phụ thu $t(x)=\frac{t.(568-t)}{4} \overset{Cosi}{\leq} \frac{1}{4}.\left(\frac{568}{2}\right)^2 = 20164$.

0.5

Vậy thuế phụ thu đạt giá trị lớn nhất khi: $t=568-t \Leftrightarrow t=284$ (nghìn đồng) (TM).

Câu 2 (6 điểm)

2.1

(2điểm)

- Điều kiện: $\begin{cases} x^2-2x-12>0 \\ x^2-2x-11>0 \end{cases}$ (*)
- $(2+\sqrt{5})^2 = 9+4\sqrt{5}$ và $(2\sqrt{2+\sqrt{5}})^2 = 8+4\sqrt{5}$ do đó $2+\sqrt{5}=\sqrt{9+4\sqrt{5}}$ và $2\sqrt{2+\sqrt{5}}=\sqrt{8+4\sqrt{5}}$.

0.5

- (1) $\Leftrightarrow \log_{\sqrt{9+4\sqrt{5}}}(x^2-2x-11)=\log_{\sqrt{8+4\sqrt{5}}}(x^2-2x-12)$

  $\Leftrightarrow \log_{9+4\sqrt{5}}(x^2-2x-11)=\log_{8+4\sqrt{5}}(x^2-2x-12)$

- Đặt: a = 8 + 4$\sqrt{5}$ > 1, t = x^2 – 2x -12. Điều kiện: t > 0.
- Do đó: (1) $\Leftrightarrow$ $\ln_{a+1}(t+1) = \ln_a t$

Xét hàm số y = f(t) = $\ln_{a+1}(t+1) - \ln_a t$ (a >1

0.5

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

- Ta được: $y'=\dfrac{1}{(t+1)\ln(a+1)}-\dfrac{1}{t\ln a}<0$ vì a > 1, nên hàm số giảm trên (0; +∞) và ta có f(t) = 0 có nghiệm t = a nên f(t) có nghiệm duy nhất t = a.
- Vậy: (1) (1) ⇔ $\ln_{a+1}(t+1)=\ln_a t$ ⇔ t = a $x^2 - 2x - 12 = 8 + 4\sqrt{5}$ (thỏa *)

  ⇔ $x^2 - 2x - 20 - 4\sqrt{5} = 0$ ⇔ $x = 2 + 2\sqrt{5}$ hoặc $x = -2\sqrt{5}$.
- Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x = 2 + 2\sqrt{5}$ hoặc $x = -2\sqrt{5}$.

</td>
<td>0.5</td>
</tr>
<tr>
<td>

2.2

(2 điểm)

</td>
<td>

Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(y-2).\sqrt{x+2}-x\sqrt{y}=0\\ \sqrt{x+1}.\left(\sqrt{y}+1\right)=(y-3)\left(1+\sqrt{x^2+y-3x}\right)\end{cases}$ với $x,y\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}(y-2).\sqrt{x+2}-x\sqrt{y}=0 & (1)\\ \sqrt{x+1}.\left(\sqrt{y}+1\right)=(y-3)\left(1+\sqrt{x^2+y-3x}\right) & (2)\end{cases}.$$

* Điều kiện: $\begin{cases}x\geq -1\\ y\geq 0\\ x^2+y-3x\geq 0\end{cases}$.

- Đặt $\begin{cases}a=\sqrt{x+2}\geq 1\\ b=\sqrt{y}\geq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=a^2-2\\ y=b^2\end{cases}$.

Khi đó (1) trở thành:

$\left(b^2-2\right)a-b\left(a^2-2\right)=0\Leftrightarrow ab(b-a)+2(b-a)=0$

$\Leftrightarrow(b-a)(ab+2)=0\Leftrightarrow a=b$ (do $ab+2>0$)

$\Rightarrow\sqrt{x+2}=\sqrt{y}\Leftrightarrow y=x+2$.

- Thay vào phương trình (2) ta được phương trình:

$\sqrt{x+1}.\left(\sqrt{x+2}+1\right)=(x-1).\left(1+\sqrt{x^2-2x+2}\right)$

$\Leftrightarrow\sqrt{x+1}.\left(1+\sqrt{(x+1)+1}\right)=(x-1).\left(1+\sqrt{(x-1)^2+1}\right)$ (3).

- Nếu $x<1$ thì (3) vô nghiệm.

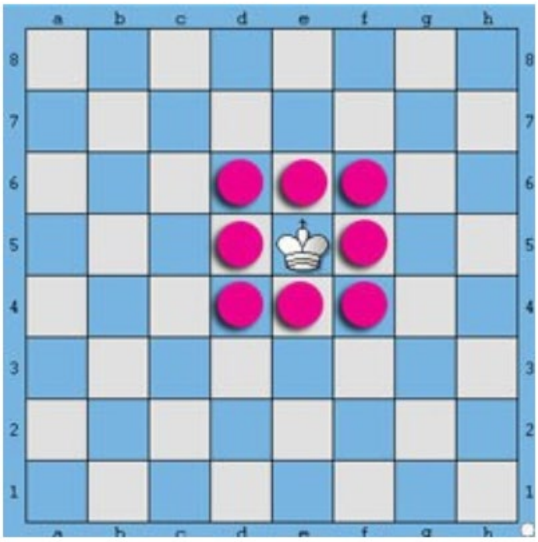
</td>
<td>

0.5

0.5

0.5

</td>
</tr>
</table>

	- Với $x \geq 1$, xét hàm số: $f(t) = t.\left(1+\sqrt{1+t^2}\right)$ trên $[0;+\infty)$. Có: $f'(t) = 1+\sqrt{1+t^2}+\dfrac{t^2}{\sqrt{1+t^2}} > 0,\ \forall t \in [0;+\infty)$, do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$ $\Rightarrow (3) \Leftrightarrow f\left(\sqrt{x+1}\right) = f(x-1) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = x-1 \Leftrightarrow x^2-3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \\ x = \end{array}\right.$ (do $x \geq 1$) Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x;y) = (3;5)$.	0.5 0.5
Câu 3 (6 điểm)		
3.1 (2 điểm)	Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ vua. Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc chung đỉnh với ô đang đứng (xem hình minh họa). Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất để sau 3 bước đi quân vua trở về ô xuất phát.  **Lời giải** Mỗi bước đi quân vua có thể đi đến 8 ô xung quanh, từ đó suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 8^3$. Nhận xét để quân vua trở về vị trí xuất phát sau 3 bước thì sau bước II quân vua phải ở một trong 8 ô xung quanh ô ban đầu. ***Trường hợp 1.*** Sau bước I quân vua ở 1 trong 4 ô chung cạnh với ô ban đầu. Từ đây quân vua có 4 cách đi cho bước II (đi ngang hoặc đi chéo). Ở bước III, quân vua chỉ có 1 cách đi về vị trí xuất phát.	0.5 0.5

	Vậy số cách đi ở TH1: $4\times4\times1=16$ cách. ***Trường hợp 2.*** Sau bước I quân vua ở 1 trong 4 ô chung đỉnh với ô ban đầu. Từ đây quân vua chỉ có 2 cách đi cho bước II (đi ngang hoặc đi dọc). Ở bước III, quân vua chỉ có 1 cách đi về vị trí xuất phát. Vậy số cách đi ở TH2: $4\times2\times1=8$ cách. Xác suất cần tìm: $p=\dfrac{16+8}{8^3}=\dfrac{3}{64}$.	0.5 0.5
3.2 *(2 điểm)*	1. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn : $\begin{cases}u_1=2019\\u_{n+1}=u_n^2-4035u_n+2018^2\end{cases}$ a) Tính lim u_n (2 đ) b) $x_n=\dfrac{1}{u_1-2017}+\dfrac{1}{u_2-2017}+...+\dfrac{1}{u_n-2017}$. Tính lim x_n (2 đ) a) $u_{n+1}-u_n=u_n^2-4035u_n+2018^2-u_n=u_n^2-4036u_n+2018^2=(u_n-2018)^2>0$ => (u_n) là dãy tăng => $u_n > u_{n-1} > ... > u_2 > u_1 = 2019$. Chứng minh (u_n) không bị chặn trên. Giả sử (u_n) bị chặn trên, do bị chặn dưới bởi u_1 suy ra dãy (u_n) có giới hạn. Ta giả sử rằng lim u_n = a thì $a\ge2019$. Từ $u_{n+1}=u_n^2-4035u_n+2018^2$ khi $n\to+\infty$ ta được: $a=a^2-4035a+2018^2 \Leftrightarrow a^2-4036a+2018^2=0 \Leftrightarrow (a-2018)^2=0$ $\Leftrightarrow a=2018$. Vô lý vì $a\ge2019$. Do đó dãy số (u_n) không bị chặn và là dãy số tăng. Vậy lim $u_n=+\infty$. b) $u_{n+1}=u_n^2-4035u_n+2018^2$ $\Leftrightarrow u_{n+1}=u_n^2-(2017+2018)u_n+2018(2017+1)$ $\Leftrightarrow u_{n+1}-2018=u_n^2-(2017+2018)u_n+2018.2017$ $\Leftrightarrow u_{n+1}-2018=(u_n-2017)(u_n-2018)$ Chia hai vế cho $(u_n-2017)(u_n-2018)(u_{n+1}-2018)$ ta được:	 0.5 .0.5 0.5

<table>
<tr><td></td><td>

$$\frac{1}{(u_n-2017)(u_n-2018)}=\frac{1}{u_{n+1}-2018}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{u_n-2018}-\frac{1}{u_n-2017}=\frac{1}{u_{n+1}-2018}\Leftrightarrow \frac{1}{u_n-2017}=\frac{1}{u_n-2018}-$$

Suy ra $x_n=\frac{1}{u_1-2017}+\frac{1}{u_2-2017}+\ldots+\frac{1}{u_n-2017}$

$$\frac{1}{-2018}-\frac{1}{u_2-2018}\bigg)+\left(\frac{1}{u_2-2018}-\frac{1}{u_3-2018}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{u_n-2018}-\frac{}{u_{n+1}}\right.$$

$$\frac{1}{-2018}-\frac{1}{u_{n+1}-2018}=1-\frac{1}{u_{n+1}-2018}\ \ (vi\ u_1=2019)$$

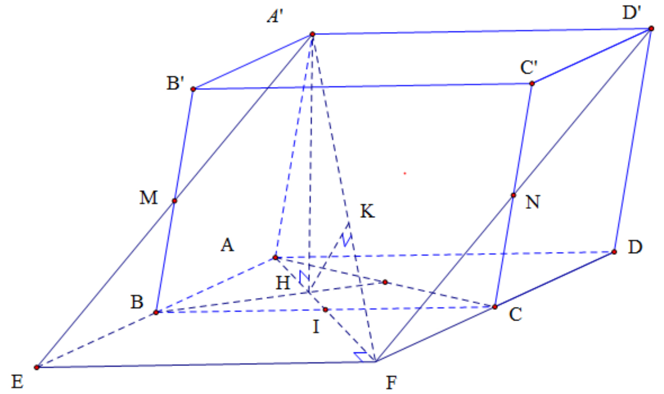
$$\text{m } u_n=+\infty \Rightarrow \lim x_n=\lim\left(1-\frac{1}{u_{n+1}-2018}\right)=1$$

</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Câu 4 (4 điểm)</td></tr>
<tr><td>4.1</td><td>

Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=120^\circ$. Biết các đường thẳng $A'A, A'B, A'C$ cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60°. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB', CC'. Tính khoảng cách giữa AD và mặt phẳng $(D'MN)$

Lời giải

Cách 1.



</td><td>0.5</td></tr>
</table>

Do $MN//A'D'$ nên A' thuộc mặt phẳng $\left(D'MN\right)$

Gọi $E=A'M\cap AB$, $F=D'N\cap DC\Rightarrow EF//BC//AD$ và B,C lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AE,DF. Suy ra A,H,F thẳng hàng và $AF=\frac{3}{2}HF$. **0.5**

Ta có $AD//\left(D'MN\right)\Rightarrow d\left(AD,\left(D'MN\right)\right)=d\left(A,\left(A'EF\right)\right)=\frac{3}{2}d\left(H,\left(A'\right.\right.$

.

Do $AH\perp BC\Rightarrow AH\perp EF\Rightarrow EF\perp\left(A'HF\right)\Rightarrow\left(A'EF\right)\perp\left(A'HF\right)$

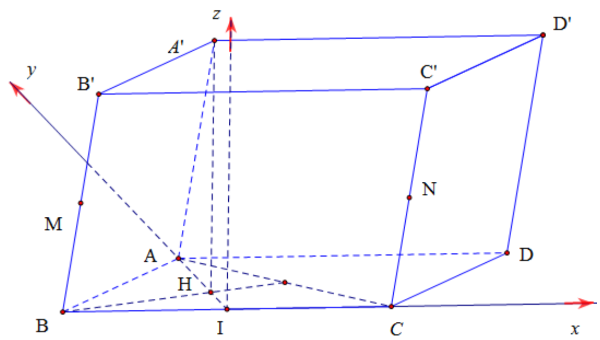
Trong tam giác $A'HF$, kẻ $HK\perp A'F\Rightarrow HK\perp\left(A'EF\right)\Rightarrow d\left(H,\left(A'EF\right)\right)=HK$ **0.5**

Ta có $A'H=a,HF=2HA=\frac{2a\sqrt{3}}{3},\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{HA'^2}+\frac{1}{HF^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4a^2}$

.

Suy ra $d\left(AD,\left(D'MN\right)\right)=\frac{3}{2}HK=\frac{3a\sqrt{7}}{7}$. **0.5**

Cách 2.



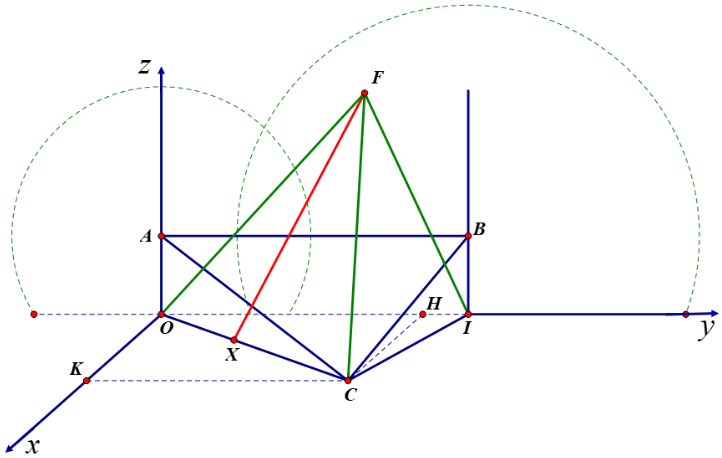
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $I\equiv O(0;0;0),B\left(-\frac{a}{2};0;0\right),C\left(\frac{a}{2};0;0\right)$

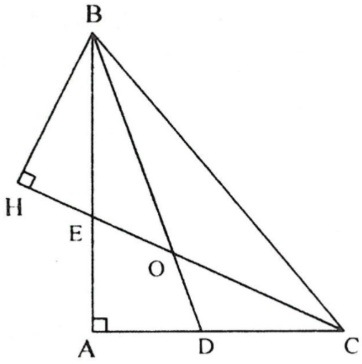
$H\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{6};0\right),A\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right),A'\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{6};a\right)$

Do $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{CC'}$ nên $B'\left(-\frac{a}{2};-\frac{a\sqrt{3}}{3};a\right),C'\left(\frac{a}{2};-\frac{a\sqrt{3}}{3};a\right)$;

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{A'D'}\Rightarrow D'\left(a;\frac{a\sqrt{3}}{6};a\right)$

	M,N lần lượt là trung điểm của BB',CC' nên $M\left(-\frac{a}{2};-\frac{a\sqrt{3}}{6};\frac{a}{2}\right),N\left(\frac{a}{2};-\frac{a\sqrt{3}}{6};\frac{a}{2}\right)$ Ta có $\overrightarrow{MN}=(a;0;0)$, $\overrightarrow{D'N}=\left(-\frac{a}{2};-\frac{a\sqrt{3}}{3};-\frac{a}{2}\right)$ Suy ra $\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{D'N}\right]=\left(0;\frac{a^2}{2};-\frac{a^2\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{a^2}{6}\left(0;3;-2\sqrt{3}\right)$ Mặt phẳng $(D'MN)$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(0;3;-2\sqrt{3}\right)$ Phương trình mặt phẳng $(D'MN)$: $3y-2\sqrt{3}z+\frac{3a\sqrt{3}}{2}=0$ Do đó $d\left(AD,(D'MN)\right)=d\left(A,(D'MN)\right)=\frac{\left\|\frac{3a\sqrt{3}}{2}+\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right\|}{\sqrt{9+12}}=\frac{3a\sqrt{7}}{7}$.	
4.2	Ở phường Tân An, có hai trạm phát sóng wifi A, B đặt trên 2 trụ cao 20m và hai trụ này cách nhau 500m. Trạm A có tầm phát sóng 400m, trạm B có tầm phát sóng 300m. Trên mặt đất có nút giao hai con đường ở vị trí C cách chân hai trạm phát sóng A và B lần lượt là 600m và 400m. Biết có 1 Flycam đang bay trên không trung trong vùng phủ sóng sóng wifi của trạm A hoặc trạm B và một ô tô đang di chuyển trên con đường thẳng nối từ chân trạm A đến C, rồi cua vào đường thẳng từ C đến chân trạm B. Hỏi khoảng cách lớn nhất có thể của Flycam với ô tô là bao nhiêu mét (giả sử chân trụ trạm A và B ở sát cạnh đường và Flycam được điều khiển bởi sóng wifi này nên khi ra ngoài vùng phủ sóng của trạm A và B thì sẽ bị rơi).	

	 Gọi O là chân trụ của trạm A và I là chân trụ của trạm B. Khi đó ta có OA=20m, IB=20m, OI=500m. Xe ô tô di chuyển trên đường từ O đến C và từ C đến I, ta có OC=600, IC=400 . Kí hiệu ô tô là X và Flycam là F. Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ, ta có O(0;0;0), A(0;0;20), I(0;500;0), B(0;500;20). cam F đang bay trong vùng phủ sóng sóng wifi của trạm A hoặc trạm B F thuộc khối cầu tâm A bán kính $R_1 = 400$, hoặc F thuộc khối cầu tâm B kính $R_2 = 300$. Theo đề bài ta cần tìm giá trị lớn nhất của FX. + Khi X thuộc đoạn OC, ta có $FX \le max\{FO;FC\}$, và khi X thuộc đoạn CI, ta có $FX \le max\{FC;FI\}$ ra $FX \le max\{FO;FC;FI\}$. Lại có $FO \le max\{OA+R_1;OB+R_2\} = max\left\{420;300+20\sqrt{626}\right\} = 300+20\sqrt{626}$ $FC \le max\{CA+R_1;CB+R_2\} = max\left\{400+20\sqrt{901};300+20\sqrt{401}\right\} = 400+20\sqrt{9}$ $\le max\{IA+R_1;IB+R_2\} = max\left\{400+20\sqrt{626};320;\right\} = 400+20\sqrt{626}$ ra $FX \le 400+20\sqrt{901}$, nên $max\,FX = 400+20\sqrt{901}$ khi ô tô ở vị trí C, cam ở vị trí trên tia đối tia AC và thuộc mặt cầu A.	0.5 0.5 0.5 0.5
5.1	Cho tam giác ABC vuông tại A. Hai đường phân giác BD và CE cắt nhau ở O. Biết số đo diện tích tam giác BOC bằng a. Tính tích $BD.CE$ theo a.	

	Đặt $BC = x; CA = y; AB = z$. Theo tính chất đường phân giác của ΔABC, ta có:  $\dfrac{DA}{DC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{z}{x} \Rightarrow \dfrac{DA}{DA+DC} = \dfrac{z}{z+x} \Rightarrow DA = \dfrac{yz}{z+x}$ (1)	0.5
	AO là phân giác $\widehat{BAD}$ nên $\dfrac{OB}{OD} = \dfrac{AB}{DA} \Rightarrow \dfrac{OB}{OB+OD} = \dfrac{AB}{AB+DA}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $\dfrac{OB}{BD} = \dfrac{x+z}{x+y+z}$	0.5
	Tương tự $\dfrac{OC}{CE} = \dfrac{x+y}{x+y+z}$. Từ đó $\dfrac{OB.OC}{BD.CE} = \dfrac{(x+y)(x+z)}{(x+y+z)^2} \Rightarrow \dfrac{OB.OC}{BD.CE} = \dfrac{x^2+xy+xz+yz}{2(x^2+xy+yz+zx)} = \dfrac{1}{2}$ Vì $y^2+z^2=x^2$ nên $\dfrac{OB.OC}{BD.CE} = \dfrac{x^2+xy+xz+yz}{2(x^2+xy+yz+zx)} = \dfrac{1}{2}$ hay $BD.CE = 2.OB.OC$ (3)	0.5
	Để ý rằng nếu kẻ $BH \perp OC$, mặt khác dễ thấy $\widehat{BOC} = 135°$, nên ΔBHO vuông cân tại H. Do đó $S_{BOC} = \dfrac{1}{2}BH.OC = \dfrac{\sqrt{2}}{4}OB.OC$, suy ra $OB.OC = 2a\sqrt{2}$ (4) Từ (3) và (4) suy ra: . $BD.CE = 4a\sqrt{2}$	0.5
5.2	Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Có bao nhiêu cách chọn một bộ 3 số phân biệt của A (không tính thứ tự) để hiệu của 2 số bất kỳ trong 3 số đó có giá trị tuyệt đối không nhỏ hơn 2.	0.5
	1.Đặt $T = \{(a_1;a_2;a_3) \mid a_1,a_2,a_3 \in A; a_1 < a_2 < a_3; a_2 - a_1 \geq 2, a_3 - a_2 \geq 2\}$ Với mỗi bộ $(a_1;a_2;a_3)$, xét tương ứng với mỗi bộ $(b_1;b_2;b_3)$ cho	0.5

	bởi $b_1 = a_1,\ b_2 = a_2 - 1,\ b_3 = a_3 - 2$. Lúc này ta có : $0 \le b_1 < b_2 < b_3 \le 7$ Và tương ứng này là tương ứng 1-1 do: + Với mỗi bộ $(a_1;a_2;a_3)$ cho tương ứng một bộ $(b_1;b_2;b_3)$ bởi công thức $b_1 = a_1,\ b_2 = a_2 - 1,\ b_3 = a_3 - 2$. + Ngược lại, với mỗi bộ $(b_1;b_2;b_3)$ cho tương ứng một bộ $(a_1;a_2;a_3)$ bởi công thức $a_1 = b_1, a_2 = b_2 + 1,\ a_3 = b_3 + 2$.	0.5
	Đặt $B = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Tập các bộ $(b_1;b_2;b_3)$ là các tập con có 4 phần tử của B. Vậy số tập con $(a_1;a_2;a_3)$ cần tìm là $C_8^3 = 56$.	0.5

Chú ý. Mọi cách giải khác đúng được điểm tối đa.