UBND XÃ HOA LỘC
PHÒNG VĂN HÓA - XÃ HỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI CẤP XÃ
NĂM HỌC 2025-2026
Môn: TOÁN - Lớp 8
Ngày thi: 28/01/2026
Thời gian:150 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Đề gồm10 câu, 01 trang

Câu 1. (*2,0 điểm*): Cho biểu thức: Cho $A=\left(\dfrac{x^2}{x^2-xy}-\dfrac{y^2}{xy-y^2}+\dfrac{x^2+y^2}{xy}\right):\dfrac{x^3-y^3}{x^2-y^2}-\dfrac{2}{x}$

(với $x\neq 0, y\neq 0, x\neq \pm y$).

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A biết x, y thỏa mãn $x^2+5y^2-4xy+2y+1=0$.

Câu 2. (*2,0 điểm*): Cho a,b,c là các số thực khác 0 thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $a+b+c=3$ và $a^2+b^2+c^2=9$. Tính giá trị biểu thức $B=\left(\dfrac{bc}{a^2}+\dfrac{ac}{b^2}+\dfrac{ab}{c^2}-4\right)^{2026}$.

Câu 3. (*2,0 điểm*): Tìm x biết: $(x-3)(x-5)(x-6)(x-10)-24x^2=0$

Câu 4. (*2,0 điểm*): Cho $P(x)$ là đa thức có hệ số nguyên. Biết $P(x)$ chia cho $x+3$ dư 2, chia cho $x-4$ dư -5, chia cho x^2-x-12 được thương là x^2+2x+3 và còn dư. Tính $P(5)$.

Câu 5. (*2,0 điểm*): Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xét hai biến cố sau: Biến cố A: "Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm"; Biến cố B: "Tổng số chấm trên hai mặt của hai con xúc xắc khác nhau và lớn hơn 8". Biến cố nào có khả năng xảy ra cao hơn?

Câu 6. (*2,0 điểm*): Tìm các số nguyên x, y thoả mãn: $(x^2+1)(x+1)-y^3=0$

Câu 7. (*2,0 điểm*): Cho các số nguyên x,y,z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=2xyz$.

Chứng minh rằng xyz chia hết cho 24

Câu 8. (4,0 điểm): Cho tam giác ABC nhọn $(AB<AC)$. Các đường cao AD, BM, CN của tam giác ABC cắt nhau tại H. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng BC, trên tia đối của tia OH lấy điểm E sao cho OH = OE. Kẻ CF vuông góc với đường thẳng BE tại F.

1) Chứng minh tứ giác BNCF là hình chữ nhật và góc NMF = 90^0.

2) Gọi K, L, R lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ N đến các đường thẳng AC, AD, BC. Gọi giao điểm của DM và CN là S. Chứng minh rằng:

a) KL//MD và ba điểm K, L, R thẳng hàng.

b) $HN.CS=NC.SH$.

Câu 9 (1,0 điểm): Cho hình vuông ABCD, E là một điểm trên cạnh CD. Tia phân giác của góc BAE cắt BC tại M. Chứng minh rằng: AM $\leq$ 2ME

Câu 10. (*1,0 điểm*): Cho tập hợp $X=\{1,2,3,...,120\}$ gồm 120 số nguyên dương đầu tiên, trong đó có 60 số được viết bằng màu đỏ và 60 số còn lại được viết bằng màu xanh. Chứng minh rằng tồn tại 40 số nguyên dương liên tiếp thuộc tập X, trong đó có 20 số được viết màu đỏ và 20 số được viết bằng màu xanh.

---------HẾT---------

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN NGÀY 28/01/2026

Câu 1. Cho biểu thức: Cho $A=\left(\dfrac{x^2}{x^2-xy}-\dfrac{y^2}{xy-y^2}+\dfrac{x^2+y^2}{xy}\right):\dfrac{x^3-y^3}{x^2-y^2}-\dfrac{2}{x}$

(với $x\neq 0,\ y\neq 0,\ x\neq \pm y$).

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A biết x, y thỏa mãn $x^2+5y^2-4xy+2y+1=0$.

CÂU	Ý	NỘI DUNG ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1. *(2,0 điểm)*	a	$A=\left(\dfrac{x^2}{x^2-xy}-\dfrac{y^2}{xy-y^2}+\dfrac{x^2+y^2}{xy}\right):\dfrac{x^3-y^3}{x^2-y^2}-\dfrac{2}{x}$ $A=\left[\dfrac{x^2}{x(x-y)}-\dfrac{y^2}{y(x-y)}+\dfrac{x^2+y^2}{xy}\right].\dfrac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}-\dfrac{2}{x}$	*0,25*
		$A=\dfrac{x^2y-xy^2+(x^2+y^2)(x-y)}{xy(x-y)}.\dfrac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}-\dfrac{2}{x}$	*0,5*
		$A=\dfrac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{xy(x-y)}.\dfrac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}-\dfrac{2}{x}$ $A=\dfrac{x+y}{xy}-\dfrac{2}{x}=\dfrac{x-y}{xy}.$	*0,5*
		Vậy $A=\dfrac{x-y}{xy}$ (với $x\neq 0,\ y\neq 0,\ x\neq \pm y$).	*0,25*
	b	b) Ta có: $x^2+5y^2-4xy+2y+1=0$ $\Leftrightarrow (x-2y)^2+(y+1)^2=0$ (1) Vì $\begin{cases}(x-2y)^2\geq 0\\(y+1)^2\geq 0\end{cases}$, $\forall x,y$ Nên $(x-2y)^2+(y+1)^2\geq 0$, $\forall x,y$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $(x-2y)^2+(y+1)^2=0\Leftrightarrow\begin{cases}x-2y=0\\y+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$: thỏa mãn	*0,25*
		Với $x=-2; y=-1$ ta có: $A=\dfrac{-2+1}{2}=\dfrac{-1}{2}$ Vậy với x,y thỏa mãn bài toán thì $A=\dfrac{-1}{2}$.	*0,25*

Câu 2. (*2,0 điểm*) Cho a,b,c là các số thực khác 0 thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $a+b+c=3$ và $a^2+b^2+c^2=9$. Tính giá trị biểu thức $B=\left(\dfrac{bc}{a^2}+\dfrac{ac}{b^2}+\dfrac{ab}{c^2}-4\right)^{2026}$.

CÂU	Ý	NỘI DUNG ĐÁP ÁN	Đi
2. (*2,0 điểm*)		Ta có $a+b+c=3\Rightarrow(a+b+c)^2=9\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=9$ Mà $a^2+b^2+c^2=9\Rightarrow ab+bc+ca=0$ (1)	*0,5*
		Do $a,b,c\neq 0$ Chia cả 2 vế của (1) cho abc ta được: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=-\frac{1}{c}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^3=-\frac{1}{c^3}$ $\Leftrightarrow\frac{1}{a^3}+3\frac{1}{a^2b}+3\frac{1}{ab^2}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=0\Leftrightarrow\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=-\frac{3}{ab}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$	*0,5*
		$\Leftrightarrow\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=\frac{3}{abc}\left(vì\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=-\frac{1}{c}\right)$(2) $\Leftrightarrow\frac{cb}{a^2}+\frac{ac}{b^2}+\frac{ab}{c^2}=3$ (Nhân cả hai vế của (2) cho abc)	*0,5*
		$\Rightarrow B=(3-4)^{2026}=1$. Vậy $P=1$.	*0,5*

Câu 3. (*2,0 điểm*) Tìm x biết: $(x-3)(x-5)(x-6)(x-10)-24x^2=0$

CÂU	Ý	NỘI DUNG ĐÁP ÁN	ĐIỂM
3. (*2,0 điểm*)		b) $(x-3)(x-5)(x-6)(x-10)-24x^2=0$ $\Leftrightarrow(x^2-13x+30)(x^2-11x+30)-24x^2=0$ (1)	*0,5*
		Đặt $x^2-12x+30=a$ Khi đó (1) trở thành: $(a-x)(a+x)-24x^2=0$ $a^2-x^2-24x^2=0$ $a^2-25x^2=0$ $(a-5x)(a+5x)=0$	*0,5*
		+) $a-5x=0$ $x^2-12x+30-5x=0$ $x^2-17x+30=0$ $(x-2)(x-15)=0$ Suy ra $\left[\begin{array}{l}x=2\\x=15\end{array}\right.$	*0,5*
		+) $a+5x=0$ $x^2-12x+30+5x=0$ $x^2-7x+30=0$ $\left(x^2-2.x.\frac{7}{2}+\frac{49}{4}\right)+\frac{71}{4}=0$ $\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{-71}{4}$ (Vô lý vì $\left(x-\frac{7}{2}\right)^2\geq 0\ \forall x$) Vậy $x\in\{2;15\}$	*0,5*

Câu 4. (*2,0 điểm*) Cho $P(x)$ là đa thức có hệ số nguyên. Biết $P(x)$ chia cho $x+3$ dư 2, chia cho $x-4$ dư -5, chia cho x^2-x-12 được thương là x^2+2x+3 và còn dư. Tính $P(5)$.

CÂU	Ý	NỘI DUNG ĐÁP ÁN	ĐIỂM
(*2,0 điểm*)		1) Ta có: $x^2-x-12=(x+3)(x-4)$	*0,25*
		Vì $P(x)$ chia cho x^2-x-12 được thương là x^2+2x+3 và còn dư nên đa thức dư có dạng $ax+b$. Suy ra: $P(x)=(x+3)(x-4)(x^2+2x+3)+ax+b$	*0,5*
		Theo bài ra ta có: $\begin{cases}P(-3)=2\\P(4)=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3a+b=2\\4a+b=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7a=-7\\b=2+3a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-1\end{cases}$	*0,5*
		$\Rightarrow P(x)=(x+3)(x-4)(x^2+2x+3)-x-1$ Từ đó ta có $P(5)=8.1.38-5-1=298.$ Vậy $P(5)=298.$	*0,5* *0,25*

Câu 5. (*2,0 điểm*) Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xét hai biến cố sau: Biến cố A: "Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm"; Biến cố B: "Tổng số chấm trên trên hai mặt của hai con xúc xắc khác nhau và lớn hơn 8". Biến cố nào có khả năng xảy ra cao hơn?

CÂU	Ý	NỘI DUNG ĐÁP ÁN	ĐIỂM
(*2,0 điểm*)		Số kết quả có thể xảy ra là 6.6 =36 nên $n(\Omega)=36$ Vì xúc xắc cân đối và đồng chất nên nó cùng khả năng xảy ra.	0,25 0,25
		Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 1 chấm và 1 chấm, 2 chấm và 2 chấm, 3 chấm và 3 chấm, 4 chấm và 4 chấm, 5 chấm và 5 chấm, 6 chấm và 6 chấm. Xác suất xảy ra biến cố A là: $P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$	0,25 0,25
		Có 8 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: 3 chấm và 6 chấm, 4 chấm và 5 chấm, 4 chấm và 6 chấm, 5 chấm và 4 chấm, 5 chấm và 6 chấm, 6 chấm và 3 chấm, 6 chấm và 4 chấm, 6 chấm và 5 chấm. Xác suất xảy ra biến cố B là: $P(B)=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$	0,5 0,25
		Do $\frac{2}{9}>\frac{1}{6}$ nên biến cố B có khả năng xảy ra cao hơn.	0,25

Câu 6. (*2,0 điểm*) Tìm các số nguyên x, y thoả mãn : $(x^2+1)(x+1)-y^3=0$

CÂU	Ý	NỘI DUNG ĐÁP ÁN	ĐIỂM
(*2,0 điểm*)		Ta có: $(x^2+1)(x+1)-y^3=0$ Suy ra : $x^3+x^2+x+1=y^3$	*0,25*

		Ta có: $x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0,\forall x \Rightarrow x^3+x^2+x+1>\left(x^3+x^2+x+1\right)-\left(x^2+x+1\right)$ $\Rightarrow y^3>x^3\,(1)$	0,5
		Vì $5x^2+11x+7=5\left(x+\frac{11}{10}\right)^2+\frac{19}{20}>0,\forall x$ $\Rightarrow x^3+x^2+x+1<\left(x^3+x^2+x+1\right)+\left(5x^2+11x+7\right)$ $\Rightarrow y^3<x^3+6x^2+12x+8=(x+2)^3\,(2)$	0,5
		Từ (1) và (2) suy ra: $x^3<y^3<(x+2)^3$ (3) Vì x, y là các số nguyên nên từ (3) suy ra: $y^3=(x+1)^3$ $\Leftrightarrow x^3+x^2+x+1=x^3+3x^2+3x+1$ $\Leftrightarrow 2x(x+1)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=1 \\ x=-1 \Rightarrow y=0 \end{array}\right.$	0,5
		Vậy các cặp số nguyên (x, y) là: (0; 1) ; (-1 ; 0)	0,25

Câu 7. (*2,0 điểm*) Cho các số nguyên x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=2xyz$.

Chứng minh rằng xyz chia hết cho 24

CÂU	Ý	NỘI DUNG ĐÁP ÁN	ĐIỂM
(*2,0 điểm*)		***Ta chứng minh xyz chia hết cho 8*** Từ giả thiết ta có $x^2+y^2+z^2$ là số chẵn, nên trong 3 số x, y, z chỉ có 1 số chẵn hoặc cả 3 số đều chẵn. Không mất tính tổng quát, ta xét các trường hợp sau.	0,25
		Trường hợp 1:Nếu x là số chẵn y, z là số lẻ, ta có $2xy \equiv 0 \pmod 4$ (1)	0,25
		Ta lại có : $x^2+y^2+z^2 \equiv 0+1+1 \equiv 2$ (mod4) Suy ra vô lý. Vậy không tồn tại trường hợp này	0,25
		Trường hợp 2: Nếu x, y, z đều là số chẵn, hiển nhiên xyz chia hết cho 8.	0,25
		Ta chứng minh xyz chia hết cho 3 Giả sử phản chứng rằng cả 3 số x, y, z đều không chia hết cho 3, lúc này $x^2+y^2+z^2 \equiv 1+1+1 \equiv 0 \pmod 3$	0,25
		Suy ra xyz chia hết cho 3, tức 1 trong 3 số x, y, z chia hết cho 3, mâu thuẫn với giả sử.Vậy giả sử là sai nên một trong 3 số x, y, z chia hết cho 3. Mà (3 ; 8) = 1 nên xyz chia hết cho 24.	0,5 0,25

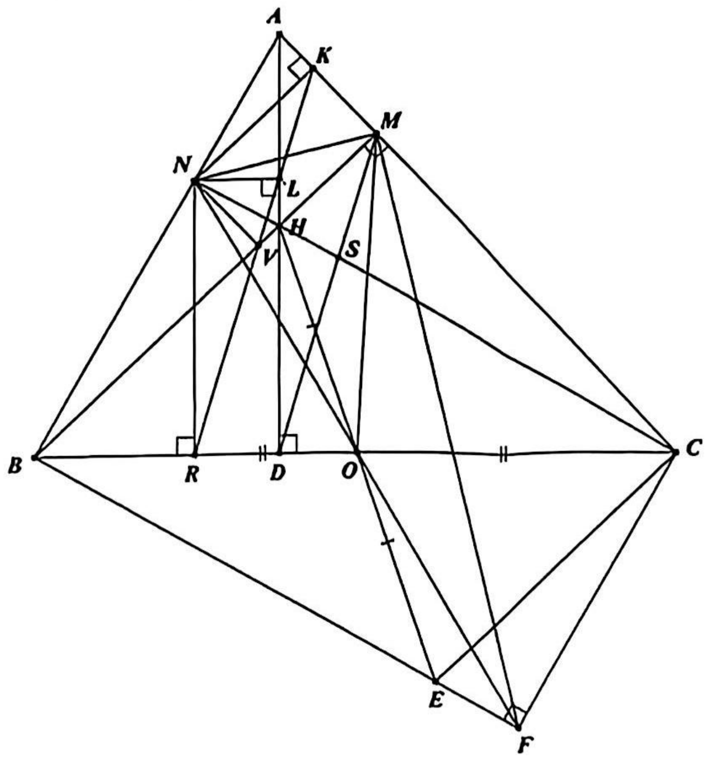
Câu 8. (4,0 *điểm*) Cho tam giác ABC nhọn $(AB<AC)$. Các đường cao AD, BM, CN của tam giác ABC cắt nhau tại H. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng BC, trên tia đối của tia OH lấy điểm E sao cho OH = OE . Kẻ CF vuông góc với đường thẳng BE tại F.

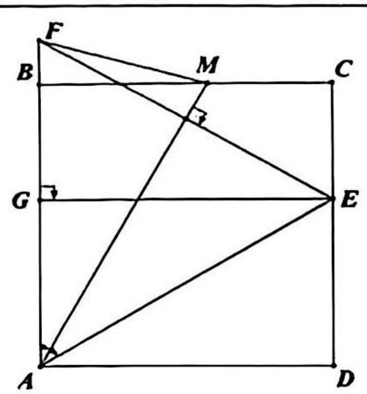
1) Chứng minh tứ giác BNCF là hình chữ nhật và $\widehat{NMF}=90^0$

2) Gọi K, L, R lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ N đến các đường thẳng AC, AD, BC. Gọi giao điểm của DM và CN là S. Chứng minh rằng:

a) KL//MD và ba điểm K, L, R thẳng hàng.

b) $HN.CS = NC.SH$.

CÂU	Ý	NỘI DUNG ĐÁP ÁN	ĐIỂM
(4,0 *điểm*)			
		Tứ giác BHCE có O là trung điểm của BC và HE (GT) nên tứ giác $BHCE$ là hình bình hành $\Rightarrow CH // EB$.	*0,5*
		Chứng minh được tứ giác $BNCF$ là hình chữ nhật	*0,5*
	1)	tứ giác $BNCF$ là hình chữ nhật $\Rightarrow O$ là trung điểm của NF và $BC = NF$. BM là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow BM \perp AC \Rightarrow \Delta BMC$ vuông tại M. Vì MO là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông $BMC \Rightarrow MO = \frac{1}{2}BC \Rightarrow MO = \frac{1}{2}NF$.	*0,5*
		Xét ΔMNF có MO là đường trung tuyến và $MO = \frac{1}{2}NF \Rightarrow \Delta MNF$ vuông tại $M \Rightarrow \widehat{FMN} = 90^0$.	*0,5*
	2) a	Chứng minh được $NK // BM \Rightarrow \frac{AK}{AM} = \frac{AN}{AB}$.	*0,25*
		Chứng minh được $NL // BC \Rightarrow \frac{AN}{AB} = \frac{AL}{AD}$.	*0,25*
Câu 9 (1,5 điểm)		$\Rightarrow \frac{AK}{AM} = \frac{AL}{AD} \Rightarrow KL // DM$. (1)	*0,25*
		Chứng minh tương tự ta được $KR // DM$. (2)	
		Từ (1) và (2) suy ra 3 điểm K, L, R thẳng hàng.	*0,25*
		Gọi V là giao điểm của KR và BM .	

		Chứng minh được $NR//AD \Rightarrow \frac{BN}{BA} = \frac{BR}{BD}$. (3) Vì $KR//MD \Rightarrow \frac{BR}{BD} = \frac{BV}{BM}$. (4) Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{BN}{BA} = \frac{BV}{BM} \Rightarrow NV//AC$.	0,2
	2) b	Chứng minh được tứ giác $MKNV$ là hình chữ nhật, suy ra được $\widehat{NMH} = \widehat{KVM}$. Vì $KR//DM$ nên $\widehat{SMH} = \widehat{KVM} \Rightarrow \widehat{SMH} = \widehat{NMH} \Rightarrow MH$ là tia phân giác của $\widehat{NMS}$.	0,25
		Xét ΔNMS có MH là đường phân giác $\Rightarrow \frac{HN}{HS} = \frac{MN}{MS}$. (5)	0,25
		Chứng minh được MC là đường phân giác góc ngoài của $\Delta NMS \Rightarrow$ $\frac{CN}{CS} = \frac{MN}{MS}$. (6) Từ (5) và (6) $\Rightarrow \frac{HN}{HS} = \frac{CN}{CS} \Rightarrow HN.CS = NC.SH$.	0,25
Câu 9 *(1,0 điểm))* Cho hình vuông ABCD, E là một điểm trên cạnh CD. Tia phân giác của $\widehat{BAE}$ cắt BC tại M. Chứng minh rằng: AM ≤ 2ME.			
(1 điểm)			
		Qua E vẽ đường thẳng vuông góc với AM cắt đường thẳng AB tại F Vẽ $EG \perp AB (G \in AB)$ + Chứng minh tứ giác $AGED$ là hình chữ nhật $\Rightarrow GE = AD$.	0,25
		+Xét ΔABM và ΔEGF có: $\widehat{ABM} = \widehat{EGF} (= 90^0)$; $AB = EG (= AD)$; $\widehat{MAB} = \widehat{GEF}$ Do đó $\Delta ABM = \Delta EGF$ $(G.C.G) \Rightarrow AM = EF$.	0,25
		+ Xét ΔAEF có AM là đường phân giác đồng thời là đường cao nên ΔAEF cân tại A $\Rightarrow AM$ là đường trung trực của EF. $\Rightarrow ME = MF$	0,25
		+ Xét ba điểm M, E, F ta có $EF \le ME + MF \Rightarrow AM \le 2.ME$. Dấu "=" xảy ra khi M là trung điểm của BC.	0,25
Câu 10 (*1,0 điểm*) Cho tập hợp $X = \{1, 2, 3, ..., 120\}$ gồm 120 số nguyên dương đầu tiên, trong đó có 60 số được viết bằng màu đỏ và 60 số còn lại được viết bằng màu xanh. Chứng minh			

ng tồn tại 40 số nguyên dương liên tiếp thuộc tập X, trong đó có 20 số được viết màu đỏ và 20 số được viết bằng màu xanh.

CÂU	Ý	NỘI DUNG ĐÁP ÁN	ĐIỂM
10. *(2,0 điểm)*		Giả sử không tồn tại 40 số nguyên dương liên tiếp thuộc tập hợp X sao cho có 20 số màu đỏ và 20 số màu xanh	0,25
		Khi đó gọi $a_n\ (1 \le n \le 81)$ là số màu đỏ trong tập hợp $S_n = \{n, n+1, ..., n+39\}$. Trong đó $a_n \ne 20$ và do a_1, a_{41}, a_{81} lần lượt là số mầu đỏ trong các tập hợp $\{1,2,3,...,40\}, \{41,42,43,...,80\}, \{81,82,83,...,120\}$ nên ta có: $a_1 + a_{41} + a_{81} = 60$ (*)	0,25
		Không mất tính tổng quát giả sử $a_1 > 20$, ta sẽ chứng minh $a_n > 20, \forall n$. Thật vậy, xét $a_k\ (1 \le k \le 80)$ bất kỳ là số mầu đỏ của tập hợp $S_k = \{k, k+1, ..., k+39\}$, tập hợp $S_{k+1} = \{k+1, k+2, ..., k+40\}$ sẽ có số mầu đỏ nhiều hơn 1, ít hơn 1 hoặc bằng tập hợp S_k, tức là $\|a_{k+1} - a_k\| \le 1$.	0,25
		Nếu $a_k > 21$ thì hiển nhiên $a_{k+1} > 20$, Nếu $a_k = 21$ thì do $a_{k+1} \ne 20$ nên $a_{k+1} = 21$ hoặc $a_{k+1} = 22$ đều lớn hơn 20. Vậy nếu $a_k > 20$ thì $a_{k+1} > 20$ mà $a_1 > 20$ nên theo nguyên lý quy nạp thì $a_n > 20, \forall n$ từ đó suy ra $a_1 + a_{41} + a_{81} > 20.3 = 60$ Mâu thuẫn với (*). Trường hợp $a_1 < 20$ tương tự cũng có mâu thuẫn. Vậy điều giả sử là sai (ĐPCM).	0,25