SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK
TRƯỜNG THPT SỐ 1 LÊ HỒNG PHONG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
NĂM HỌC 2025 -2026
MÔN: TOÁN 12
Thời gian: 180 phút (không kể phát đề)
Ngày thi: 30/01/2026
Đề thi có 02 trang

Câu 1. ***(5 điểm)***

1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ có đồ thị (C_m). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C_m) có hai điểm cực trị.

2. Một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 25m$, chiều rộng $AD = 20m$ được chia thành hai phần bằng nhau bởi vạch chắn MN (M, N lần lượt là trung điểm BC và AD). Một đội xây dựng làm một con đường đi từ A đến C qua vạch chắn MN, biết khi làm đường trên miền $ABMN$ mỗi giờ làm được $15m$ và khi làm trong miền $CDNM$ mỗi giờ làm được $30m$. Tính thời gian ngắn nhất mà đội xây dựng làm được con đường đi từ A đến C.

Câu 2. ***(3 điểm)***

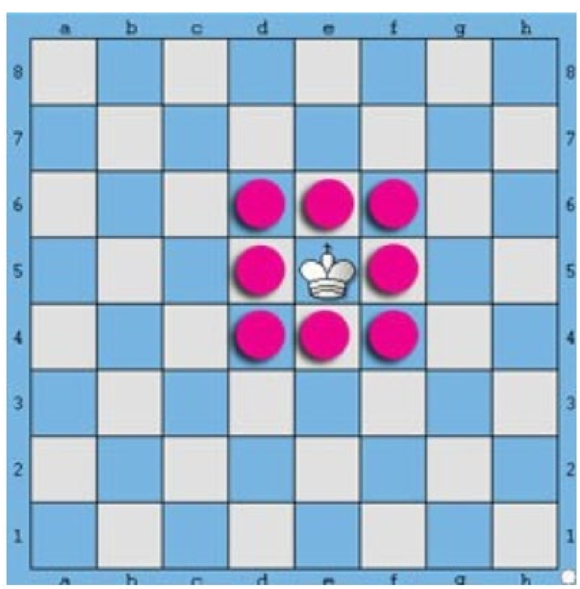
1. Giải phương trình: $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 2\sin 3x$.

2. Giải bất phương trình: $\log_3 \dfrac{x^2 + x + 3}{2x^2 + 4x + 5} > x^2 + 3x + 2$.

Câu 3. ***(3 điểm)***

1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà trong mỗi số lập được chữ số liền sau luôn lớn hơn chữ số liền trước.

2. Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ vua. Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc chung đỉnh với ô đang đứng *(xem hình minh họa)*. Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất để sau 3 bước đi quân vua trở về ô xuất phát.



Câu 4. ***(3 điểm)***

1. Nếu một kĩ sư được một công ty thuê với mức lương hằng năm là 180 triệu đồng và nhận được mức tăng lương hằng năm là 5%, thì mức lương của người kĩ sư đó là bao nhiêu khi bắt đầu năm thứ sáu làm việc cho công ty?

2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi : $\begin{cases} u_1 = 11 \\ u_{n+1} = 10u_n + 1 - 9n, \forall n \in N. \end{cases}$. Tính $\lim \frac{2026u_n}{10^n}$.

Câu 5. ***(6 điểm)***

1. Trên cạnh *AD* của hình vuông *ABCD* có độ dài cạnh là *a*, lấy điểm *M* sao cho: $AM = x, (0 < x < a)$. Trên nửa đường thẳng *Az* vuông góc với mặt phẳng chứa hình vuông tại điểm *A*, lấy điểm *S* sao cho $SA = y, (y > 0)$.

a) Tính khoảng cách từ điểm *A* đến mặt phẳng (SBC) theo *a* và *y*.

b) Biết rằng $x^2 + y^2 = a^2$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCM$.

2. Gọi *N* là điểm bất kỳ trên cạnh *SC* (*N* không trùng với *S* và *C*) của hình chóp $S.ABCD$, có đáy *ABCD* là hình bình hành. Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng *AN* và song song với đường thẳng *BD* cắt *SB*, *SD* lần lượt tại *E*, *F*. Chứng minh biểu thức $T = \frac{SB}{SE} + \frac{SD}{SF} - \frac{SC}{SN}$ có giá trị không đổi.

==============HẾT==================

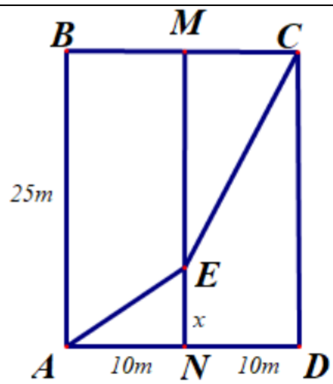
- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*
- *Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh……………………...........………………… Số báo danh………....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK
TRƯỜNG THPT SỐ 1 LÊ HỒNG PHONG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
NĂM HỌC 2025 -2026
MÔN: TOÁN 12
Ngày thi: 30/01/2026

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu	Ý	Nội dung đáp án	Điểm
1	1	Ta có: $y' = 3x^2 + 6x + m, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$ Để đồ thị (C_m) có hai điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 3m > 0$ $\Leftrightarrow m < 3$ Vậy với $m < 3$ thì đồ thị (C_m) có hai điểm cực trị.	0,5 0,5 0,5 0,5
	2	 Giả sử con đường đi từ A đến C gặp vạch chắn MN tại E. đặt $NE = x(m),\ (x \in [0;25]) \Rightarrow AE = \sqrt{x^2 + 10^2}$; $CE = \sqrt{(25-x)^2 + 10^2}$ Thời gian làm đường đi từ A đến C là $t(x) = \dfrac{AE}{15} + \dfrac{CE}{30} = \dfrac{\sqrt{x^2+100}}{15} + \dfrac{\sqrt{(25-x)^2+100}}{30}(h)$ $t'(x) = \dfrac{x}{15\sqrt{x^2+100}} - \dfrac{25-x}{30\sqrt{(25-x)^2+100}}$; $t'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x\sqrt{(25-x)^2+100} = (25-x)\sqrt{x^2+100}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x(25-x) \ge 0 \\ 4x^2\left[(25-x)^2+100\right] = (25-x)^2(x^2+100) \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 25 \\ 4(25-x)^2(x^2-25) + x^2[400-(25-x)^2]=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 25 \\ (x-5)\left[4(25-x)^2(x+5) + x^2(45-x)\right]=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = 5$; $t(0) = \dfrac{20+\sqrt{725}}{30}, t(25) = \dfrac{10+2\sqrt{725}}{30}, t(5) = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. Suy ra thời gian ngắn nhất làm con đường từ A đến C là $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$(giờ).	0,25 0,5 0,25 0,25 0,5 0,25x2 0,25 0,25 0,25

2	**1**	Ta có: $\sqrt{3}\sin x-\cos x=2\sin 3x$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x=\sin 3x$ $\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\sin 3x$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x=x-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ 3x=\frac{7\pi}{6}-x+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{12}+k\pi\\ x=\frac{7\pi}{24}+k\frac{\pi}{2}\end{array}\right., \quad k\in\mathbb{Z}$	**0,25** **0,25** **0,5**
	2	Bất phương trình: $\log_3\frac{x^2+x+3}{2x^2+4x+5}>x^2+3x+2 \Leftrightarrow \log_3\frac{x^2+x+3}{2x^2+4x+5}>\left(2x^2+4x+5\right)-\left(x^2+x+3\right)$ $\Leftrightarrow \log_3\left(x^2+x+3\right)+\left(x^2+x+3\right)>\log_3\left(2x^2+4x+5\right)+\left(2x^2+4x+5\right)$ Xét hàm số $f(t)=\log_3 t+t, t>0$ thì $f'(t)=\frac{1}{t.\ln 3}+1>0, \forall t>0$ Do đó $f(t)$ đồng biến, nên bất phương trình $f\left(x^2+x+3\right)>f\left(2x^2+4x+5\right)$ $\Leftrightarrow x^2+x+3>2x^2+4x+5 \Leftrightarrow x^2+3x+2<0$ $\Leftrightarrow -2<x<-1$ Vậy bất phương trình có tập nghiệm $T=(-2;-1)$.	**0,25** **0,25** **0,5** **0,25** **0,5** **0,25**
3	**1**	+ Do trong mỗi số cần lập chữ số đứng liền sau lớn hơn chữ số đứng liền trước nên mỗi số đó không thể chứa số 0 và có 5 chữ số khác nhau + Với mỗi cách chọn 5 chữ số khác nhau lấy từ tập hợp các chữ số $\{1;2;3;\ldots 9\}$ có duy nhất một cách xếp 5 chữ số đó thành số tự nhiên có 5 chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán (xếp theo thứ tự tăng dần) + Do đó số các số tự nhiên có 5 chữ số mà trong mỗi số cần lập chữ số đứng liền sau luôn lớn hơn chữ số đứng liền trước là $C_9^5=126$ số.	**0,25** **0,25** **0,5**
	2	***Cách 1.*** • Gắn hệ trục Oxy vào bàn cờ vua sao cho vị trí ban đầu của quân vua là gốc tọa độ, mỗi ô trên bàn ứng với một điểm có tọa độ $(x;y)$. Mỗi bước di chuyển của quân vua từ điểm $(x;y)$ đến điểm có tọa độ $(x+x_0;y+y_0)$ trong đó $x_0;y_0\in\{-1;0;1\};x_0{}^2+y_0{}^2\neq 0$. Ví dụ nếu $x_0=1;y_0=0$ thì quân vua di chuyển đến ô bên phải, $x_0=-1;y_0=-1$ thì di chuyển xuống ô đường chéo. • Giả sử tọa độ ban đầu là $(0;0)$, thế thì sau 3 bước đi thì tọa độ của quân vua là $(x_1+x_2+x_3;y_1+y_2+y_3);x_1,x_2,x_3,y_1,y_2,y_3\in\{-1;0;1\}$. Để về vị trí ban đầu thì $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=0\\ y_1+y_2+y_3=0\end{cases}$.	**0,5** **0,5**

		Suy ra các bộ $\{x_1;x_2;x_3\}$ và $\{y_1;y_2;y_3\}$ là một hoán vị của $\{-1;0;1\}$. • Mà $\{x_1;x_2;x_3\}$ có 6 cách chọn, với mỗi cách chọn $\{x_1;x_2;x_3\}$ có 4 cách chọn $\{y_1;y_2;y_3\}$ vì $(x_i;y_i), i=\overline{1;3}$ không đồng thời bằng 0. Do đó số kết quả thuận lợi cho biến cố bằng 24 và xác suất cần tìm là $p=\frac{24}{8^3}=\frac{3}{64}$.	0,25 0,25 0,5
		Cách 2. Nhận xét để quân vua trở về vị trí xuất phát sau 3 bước thì sau bước II quân vua phải ở một trong 8 ô xung quanh ô ban đầu. ***Trường hợp 1.*** Sau bước I quân vua ở 1 trong 4 ô chung cạnh với ô ban đầu. Từ đây quân vua có 4 cách đi cho bước II (đi ngang hoặc đi chéo). Ở bước III, quân vua chỉ có 1 cách đi về vị trí xuất phát. Vậy số cách đi ở TH1: $4\times4\times1=16$ cách. ***Trường hợp 2.*** Sau bước I quân vua ở 1 trong 4 ô chung đỉnh với ô ban đầu. Từ đây quân vua chỉ có 2 cách đi cho bước II (đi ngang hoặc đi dọc). Ở bước III, quân vua chỉ có 1 cách đi về vị trí xuất phát. Vậy số cách đi ở TH2: $4\times2\times1=8$ cách. Xác suất cần tìm: $p=\frac{16+8}{8^3}=\frac{3}{64}$.	0,75 0,75 0,5
4	**1**	Gọi u_n là số triệu đồng mà người kĩ sư đó nhận được ở năm thứ n. Vì người kĩ sư được công ty thuê với mức lương hằng năm là 180 triệu đồng và nhận được mức tăng lương hằng năm là 5% nên dãy số (u_n) là một cấp số nhân có $u_1=180$ và công bội $q=1+5\%=1,05$. Khi bắt đầu năm thứ sáu làm việc cho công ty thì mức lương năm của người kĩ sư đó là: $u_6=u_1q^5=229,73$ (triệu đồng).	0,5 0,5
	2	Ta có: $u_1=11=10+1$ $u_2=10.11+1-9=102=100+2$ $u_3=10.102+1-9.2=1003=1000+3$ Dự đoán : $u_n = 10^n + n$ *(1)*. Chứng minh: Ta có: $u_1 = 11 = 10^1 + 1$ $\Rightarrow$ công thức (1) đúng với $n=1$. Giả sử công thức (1) đúng với $n = k$ ta có: $\Rightarrow u_k=10^k+k$. Ta cần chứng minh *(1)* cũng đúng với $n = k + 1$ tức là: $u_{k+1}=10^{k+1}+(k+1)$. Mặt khác ta lại có: $u_{k+1}=10(10^k+k)+1-9k=10^{k+1}+(k+1)$. $\Rightarrow$ Công thức *(1)* đúng với $n = k+1$. $\Rightarrow u_n=10^n+n,\ \forall n\in\mathbb{N}^*$. Vậy: $\lim\frac{2026u_n}{10^n}=\lim\frac{2026(10^n+n)}{10^n}=2026$.	0,25 0,25 0.25 0,25 0,5 0,5

5

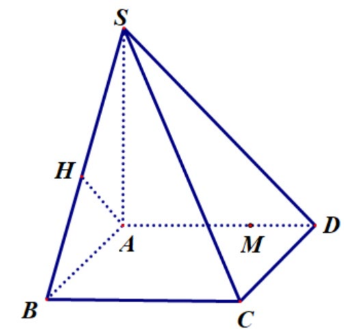
1a

+ Gọi H là hình chiếu của A trên SB

$\Rightarrow AH \perp SB$ (1)

Mặt khác ta có:

$BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (2)



+ Từ *(1)* và *(2)* $\Rightarrow AH \perp (SBC)$ hay $d(A,(SBC)) = AH$. **0,25**

+ Xét tam giác SAB vuông tại A ta có:

$$AH.SB = SA.AB \Leftrightarrow AH = \frac{SA.AB}{SB} = \frac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}}$$ **0,25**

$$\Leftrightarrow AH = \frac{a.y}{\sqrt{a^2 + y^2}}$$ **0,25**

Vậy: $d(A,(SBC)) = \dfrac{a.y}{\sqrt{a^2 + y^2}}$. **0,25**

1b

Ta có:

+ Hình chóp $S.ABCM$ có đường cao $SA = y$ và có đáy là hình thang vuông nên diện tích đáy là

$$S = \frac{1}{2}a\left(a + x\right)$$ **0,25**

+ Thể tích khối chóp $S.ABCM$ là: $V = \dfrac{1}{3}y.\dfrac{1}{2}a\left(a + x\right) = \dfrac{1}{6}ya\left(a + x\right)$ **0,5**

+ Theo giả thiết: $x^2 + y^2 = a^2 \Rightarrow y^2 = a^2 - x^2$ nên

$$V^2 = \frac{1}{36}a^2\left(a^2 - x^2\right)\left(x + a\right)^2.$$ **0,5**

+ Đặt $f(x) = V^2$ với $0 < x < a$, ta có

$$f'\left(x\right) = \frac{a^2}{36}\left(a + x\right)\left[-2x(x + a) + 2(a^2 - x^2)\right] = \frac{a^2\left(a + x\right)\left(-4x^2 - 2ax + 2a^2\right)}{36}$$ **0,5**

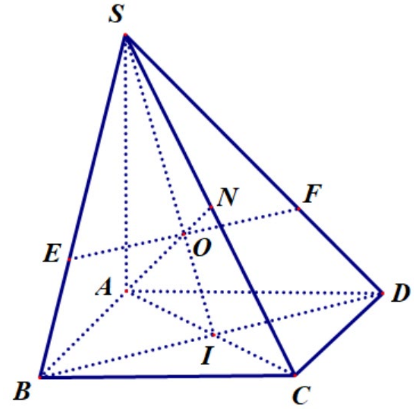
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{2}$$ **0.25**

BTT:

x	0		$\frac{a}{2}$		a
f'(x)		+	0	-	
f(x)		$\nearrow$		$\searrow$	

0.5

Vậy f(x) đạt giá trị lớn nhất tại x=$\dfrac{a}{2}$,khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCM$ đạt giá trị lớn nhất: $V = \sqrt{\max f(x)} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **0,5**

<table>
<tr><td></td><td>2</td><td>

Gọi I là giao điểm của AC và BD; O là giao điểm AN và SI.
Qua O kẻ đường thẳng song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại E, F.
Ta có: $\frac{SB}{SE}=\frac{SD}{SF}=\frac{SI}{SO}$
Xét ΔSIC có cát tuyến AON. Theo định lí Menelaus ta có:
$\frac{AI}{AC}.\frac{NC}{NS}.\frac{OS}{OI}=1 \Rightarrow \frac{NC}{NS}.\frac{OS}{OI}=2$
$\Rightarrow \frac{NC}{NS}=2\frac{OI}{OS} \quad \Rightarrow \frac{SC-SN}{SN}=2\frac{SI-OS}{OS}$
$\Rightarrow \frac{SC}{SN}=2\frac{SI}{OS}-1$
Vậy $T=2\frac{SI}{OS}-2\frac{SI}{OS}+1=1$</td><td>

0,25
0,25

0,5
0,5
0,25
0,25</td></tr>
</table>

Chú ý: *Nếu thi sinh làm cách khác mà đúng thì giám khảo căn cứ vào thang điểm để cho câu/ý đó điểm tối đa.*