

Đề chính thức

(Đề thi có 5 trang)

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng.

Câu 1. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^2 x + 2\cos x + 4$ là

- A. 6. B. 5. C. 2. D. 7.

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

- A. 135° . B. 120° . C. 45° . D. 60° .

Câu 3. Biết $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $P = \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$ là

- A. $P = -1$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = 0$. D. $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ Oxyz cho trước, đơn vị đo là kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu X di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(560; 173; 21)$ đến điểm B trong 45 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 30 phút tiếp theo là $C(3200; 2134; 234)$. Tọa độ vị trí điểm $B(a; b; c)$, tính $S = a + 5b - 5c$.



- A. 5872. B. 6934. C. 8148. D. 9636.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trọng tâm tam giác BCD . Chọn phát biểu đúng.

- A. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{MG} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.
C. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{MG} = \frac{7}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Câu 6. Biết đồ thị hàm số $y = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$) và đồ thị hàm số $y = \log_b x$ ($b > 0$, $b \neq 1$) cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + 2b^2$.

- A. $T = 5$. B. $T = 17$. C. $T = 7$. D. $T = \frac{5}{2}$.

Câu 7. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$ và cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng BC' và AC bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 50° .

Câu 8. Thời gian truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)
Số học sinh	3	12	15	22	9

Một của mẫu số liệu trên là

- A. 24,35. B. 28,05. C. 27,35. D. 25,05.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-3;5;15), B(20;-8;13), C(22;-37;18)$. Xác định tọa độ vector

$$\vec{u} = 3\vec{AB} - 5\vec{AC}.$$

- A. $\vec{u} = (-56; 171; -21)$. B. $\vec{u} = (-2; 29; -5)$. C. $\vec{u} = (194; -249; 9)$. D. $\vec{u} = (48; -55; 1)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các đỉnh

$$A'(3;5;-6), C'(4;5;-5), B(2;1;2), D(1;-1;1).$$

Tìm tọa độ đỉnh A .

- A. $A(-1;0;-1)$. B. $A(-5;-10;13)$. C. $A(1;0;1)$. D. $A(5;10;-13)$.

Câu 11. Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{3u_n + 1} \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$
 Số hạng u_{2026} của dãy số là :

- A. $u_{2026} = \frac{1}{3^{2026} - 1}$. B. $u_{2026} = \frac{1}{3^{2025} + 1}$. C. $u_{2026} = \frac{1}{6076}$. D. $u_{2026} = \frac{1}{6077}$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

- A. $2 < m \leq 5$. B. $2 \leq m < 5$. C. $2 \leq m \leq 5$. D. $2 < m < 5$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. a. Cho hàm số $f(x) = \frac{20x^2 + 30x + 11}{\sqrt{2x + 3}}$; biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x + 3}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$) là một

nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. Tổng $T = a + b + c = 10$.

b. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_2^5 f(x) dx = 2$. Khi đó

$$\int_2^5 \frac{x \cdot f(x) + x^2 - 1}{x} dx = \frac{a}{2} + \ln \frac{2}{5} \text{ thì } a = 25.$$

c. Giả sử một máy công nghiệp A khi đưa vào vận hành tại thời điểm $t = 0$ (t được tính bằng năm) sẽ tạo ra doanh thu với tốc độ biên là $R'(t) = 650 - 3t^2$ (triệu đồng/năm). Đồng thời chi phí vận hành và bảo trì của máy A được xác định bởi hàm chi phí biên $C'(t) = 48 + 12t^2$ (triệu đồng/năm). Biết rằng “Tuổi thọ hữu ích” của một máy được định nghĩa là khoảng thời gian T tính từ lúc bắt đầu hoạt động cho đến khi lợi nhuận mà nó tạo ra bắt đầu giảm. “Tuổi thọ hữu ích” của máy A này là 8 năm.

d. Cho $F(x) = 5^x - x^2 + \ln \frac{x}{x+1} + 6$ với $x > 0$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó

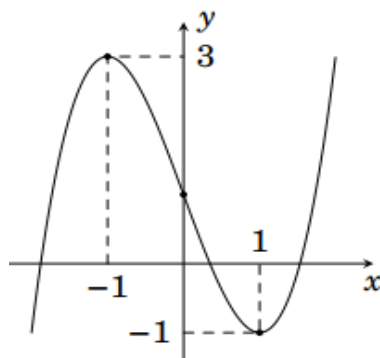
$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2025) = \frac{5}{4} \cdot \ln 5 \cdot (5^a - 1) - a \cdot b + \frac{2024}{2025} \quad (a \in \mathbb{N}; b \in \mathbb{N}) \text{ thì } a + b = 4051.$$

Câu 2. Trong một công ty có 50 nhân viên, trong đó có 37 người thích chơi bóng bàn, 28 người thích chơi cầu lông. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên trong công ty đó. Xác suất để người đó

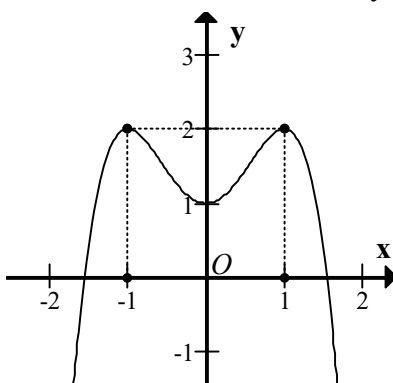
- a. Thích chơi môn cầu lông là 56%.
b. Thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng bàn ít nhất là 25%.
c. Không thích chơi bóng bàn và không thích chơi cầu lông ít nhất là 2,5%.

d. Không thích chơi bóng bàn và không thích chơi cầu lông nhiều nhất là 25%.

Câu 3. a. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) như hình vẽ dưới đây. Khi đó (C) đi qua điểm $A(3;18)$.

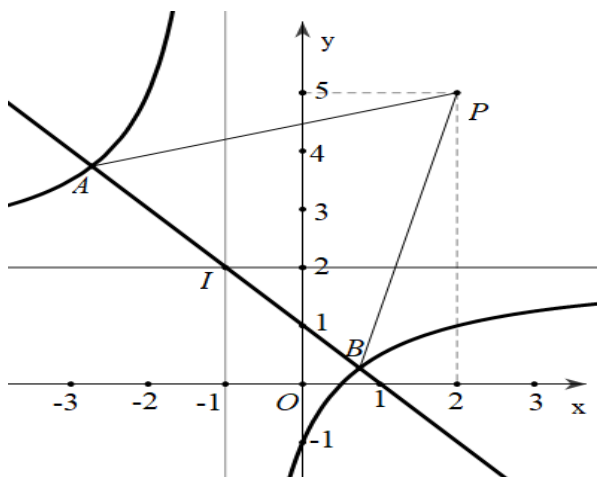


b. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình dưới đây. Khi đó $f(4a + 2b + c) = 2$.



c. Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng trên một chiếc thì số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số ti vi bán ra trong tuần thì nhà sản xuất nên đặt giá bán 8,5 triệu đồng/1 ti vi để lợi nhuận là lớn nhất.

d. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $P(2;5)$.



Có 2 giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho tam giác PAB đều.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 8$ và $BC = 4\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của DC . Biết $SM = SA = SB = \frac{8\sqrt{6}}{3}$.

a. Thể tích khối tứ diện $SABM$ bằng $\frac{128}{3}$.

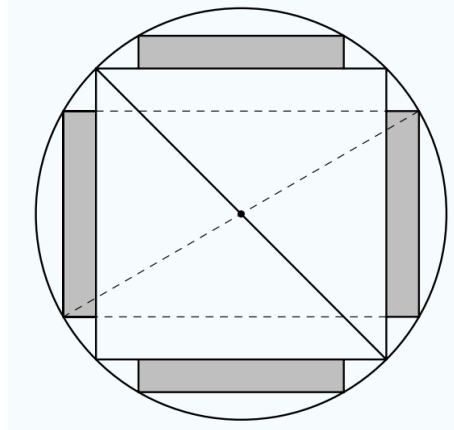
b. $SC = SD = \frac{4\sqrt{11}}{3}$.

c. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng $3\sqrt{6}$.

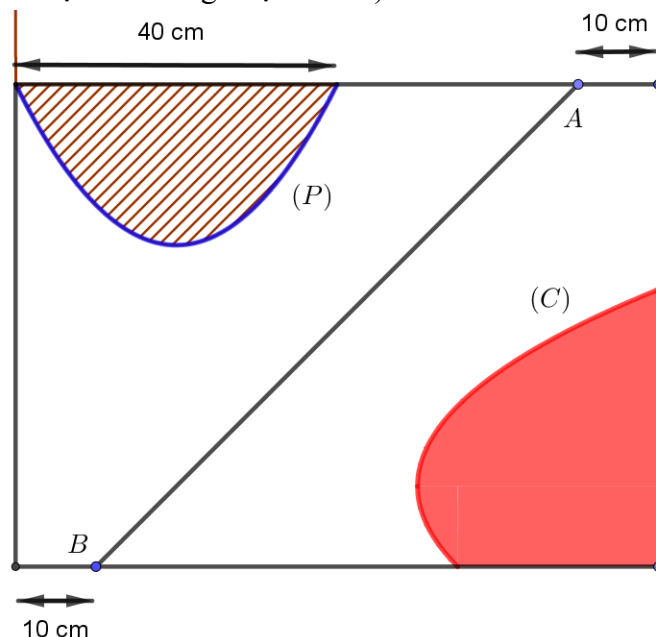
d. Cosin của số đo góc nhị diện $[B, SM, D]$ bằng $-\frac{2}{\sqrt{10}}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Từ một khúc gỗ hình trụ tròn có đường kính thiết diện ngang bằng 40 cm, người ta muốn xẻ ra một thanh xà có thiết diện ngang là hình vuông và bốn tấm ván phụ (phần tô màu xám như hình vẽ). Biết bốn tấm ván phụ này có kích thước bằng nhau và cùng có chiều rộng là x cm ($x > 0$). Gọi S là tổng diện tích thiết diện ngang sử dụng được (bao gồm hình vuông và bốn miếng phụ). Hãy tìm chiều rộng x để diện tích S đạt giá trị lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm đơn vị là cm).

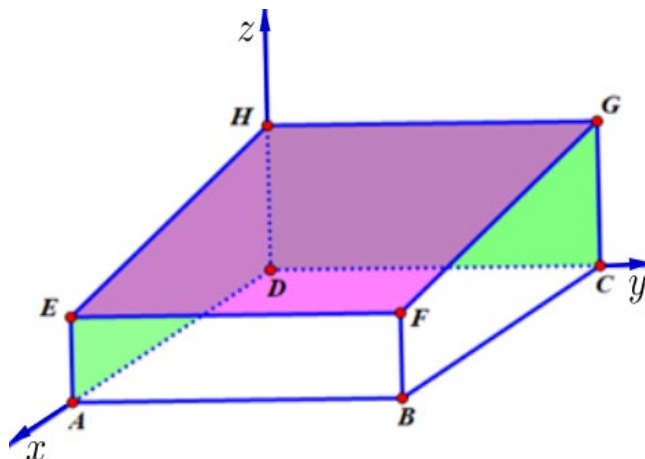


Câu 2. Để trang trí một ô hình chữ nhật với kích thước 80 cm×60 cm chiều ngang 80 chiều dọc 60 (hình vẽ) trên tường căn phòng của mình, anh Bình dự định tô màu hoạ tiết giới hạn bởi parabol (P) và cạnh hình chữ nhật (phần kí hiệu sọc nghiêng) bằng sơn màu vàng ; hoạ tiết giới hạn bởi parabol (C) cùng các cạnh của ô chữ nhật (phần vùng tô đậm) bằng sơn màu xanh (như hình vẽ). Biết rằng các parabol (P) và (C) đối xứng nhau qua đường thẳng AB và diện tích (phần kí hiệu sọc nghiêng) dự định tô sơn vàng bằng $\frac{1600}{3}$ cm². Tính tổng số tiền (đơn vị: triệu đồng) mà anh Bình cần phải trả để mua sơn trang trí. Biết mỗi lọ sơn, sơn được tối đa 30 cm². Cho biết giá của một lọ sơn vàng là 65000 đồng, giá của một lọ sơn xanh là 45000 đồng (biết rằng mỗi lọ sơn không được bán lẻ).



Câu 3. Sau nhà ông A có mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng $AB = 5\text{ m}$ và chiều dài $AD = 6\text{ m}$. Ông A định thiết kế mảnh đất này để trồng rau sạch (mô hình như hình vẽ bên dưới). Mái lợp hình chữ nhật HEFG tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc 30° ; bốn trụ EA, FB, HD, GC đều vuông góc với mặt phẳng (ABCD); $EA = FB = 8\text{ m}$ và $DH > EA$ (xem kích thước mái lợp HEFG không đáng kể).

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục là mét (m) sao cho $D(0;0;0)$; tia DA trùng với tia Ox; tia DC trùng với tia Oy; tia DH trùng với tia Oz; mp(ABCD) trùng với mp(Oxy). Mặt phẳng (HEFG) có dạng: $x + by + cz + d = 0$ (trong đó $b, c, d \in \mathbb{R}$). Tính $T = b + 3c - 5d$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị mét (m)).



Câu 4. Một sinh viên bắt đầu đi làm vào ngày 01/01/2023 với mức lương khởi điểm là a triệu đồng/tháng. Cứ sau mỗi chu kỳ 2 năm, mức lương của anh ta được tăng thêm 10% so với mức lương của chu kỳ trước đó. Biết rằng anh ta dành 60% lương để chi tiêu sinh hoạt và tiết kiệm toàn bộ phần còn lại để mua nhà. Tại thời điểm 01/01/2023, căn nhà anh ta dự định mua có giá 1 tỷ đồng và giá trị này cũng tăng thêm 5% sau mỗi 2 năm. Hỏi mức lương khởi điểm a là bao nhiêu để sau 12 năm anh ta mua được nhà (kết quả làm tròn đến hàng phần chục đơn vị triệu đồng)?

Câu 5. Chọn ngẫu nhiên 3 số a, b, c trong tập hợp $S = \{1; 2; \dots; 28\}$. Biết xác suất để 3 số chọn ra thỏa mãn

$a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 bằng $\frac{m}{n}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức

$$T = m + n.$$

Câu 6. Một tháp trưng bày nghệ thuật có dạng khối chóp với đỉnh là S và đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Chiều cao của tháp là 9 mét, diện tích đáy $ABCD$ là 10 m^2 . Trên mỗi mặt bên của tháp, người ta thiết kế đặt một đèn trang trí có vị trí tại đúng trọng tâm của mặt đó. Gọi M, N, P và Q lần lượt là trọng tâm của các mặt bên SAB, SBC, SCD và SDA . Ngoài ra, hai cột trang trí được đặt tại các điểm B và D . Hãy giúp người kỹ sư tính thể tích không gian bên trong của khối đa diện lồi được tạo thành bởi các điểm M, N, P, Q, B và D (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

.....**HẾT**.....

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-12>