SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TUYÊN QUANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2025 - 2026
Môn thi: TOÁN

Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

(Đề này có 01 trang)

Câu 1 (5,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $P=\frac{4}{\sqrt{5}-1}+\sqrt{13-4\sqrt{3}}-\sqrt{17+4\sqrt{15}}$.

b) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=3x+\sqrt{1-x^2}$.

Câu 2 (5,0 điểm)

a) Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $\frac{x^2-x+m-5}{x-2}=1$ có hai nghiệm phân biệt.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\left(x^2+y^2\right).\frac{x+y+1}{y+1}=4\\ \frac{x^2+y^2}{y+1}+x+y=3\end{cases}$.

Câu 3 (5,0 điểm). Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}>90^0$, $AB<AC$ và nội tiếp trong đường tròn (I). Gọi X là điểm đối xứng với A qua I. Hai điểm D, E lần lượt thuộc các đoạn thẳng BX và CX sao cho I là trung điểm của DE.

1. Chứng minh rằng:

a) $\widehat{CAD}=90^0$;

b) Hai tam giác ABC và EXA đồng dạng.

2. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE. Chứng minh rằng OA đi qua trung điểm của BC.

Câu 4 (3,0 điểm). Với mỗi số nguyên dương n ta kí hiệu $A_n=1+n.2^n$.

a) Tìm dư khi chia A_{2026} cho 15.

b) Cho p là một số nguyên tố lẻ. Chứng minh rằng: A_{p-2} và A_{p-1} có ước chung lớn nhất không nhỏ hơn p.

Câu 5 (2,0 điểm). Cho 26 số nguyên dương phân biệt $a_1, a_2, ..., a_{26}$ không chia hết cho 51. Chứng minh rằng tồn tại hai số $a_m \neq a_n$ thỏa mãn: $a_m^2-a_n^2$ chia hết cho 51.

——Hết——

Ghi chú: *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay trong khi làm bài.*

Họ và tên thí sinh:……………………………………………………SBD:……………